

1. x 에 대한 이차방정식 $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때, $k > m$ 이다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0 \text{이}$$

허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$

$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

2. 다음 중 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 의 인수인 것은?

- ① $x + y + 2$ ② $x - y + 2$ ③ $x + 2y + 1$
④ $x - 2y + 1$ ⑤ $x + y + 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (2y + 1)(y - 2) \\ &= (x + 2y + 1)(x + y - 2) \end{aligned}$$

3. 부등식 $x^2 - 4x + 3 < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개
④ 3개 ⑤ 무수히 많다.

해설

$$x^2 - 4x + 3 < 0 \text{에서 } |x|^2 - 4|x| + 3 < 0$$

$$(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$$

$$1 < |x| < 3$$

따라서, 정수 $x = 2, -2$

4. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-a)(x+b)$, $(x+b)(x-c)$, $(x-c)(x-a)$ 로 나눈 나머지가 각각 $x+2$, $-x+4$, 0 일 때, 상수 a, b, c 의 곱을 구하면?

- ① 8 ② -8 ③ 12 ④ -12 ⑤ 16

해설

$$f(x) = (x-a)(x+b)P(x) + x + 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$= (x+b)(x-c)Q(x) - x + 4 \cdots \textcircled{2}$$

$$= (x-c)(x-a)R(x) \cdots \textcircled{3}$$

나머지 정리에 의해

- i) ①에서 $f(a) = a + 2$, ③에서

$$f(a) = 0$$

$$\Rightarrow a = -2$$

- ii) ①에서 $f(-b) = -b + 2$, ②에서

$$f(-b) = b + 4$$

$$\Rightarrow b = -1$$

- iii) ②에서 $f(c) = -c + 4$, ③에서

$$f(c) = 0$$

$$\Rightarrow c = 4$$

$$\therefore abc = 8$$

5. 이차함수 $y = -x^2 - 6x - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 $2m$ 만큼 평행이동한 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 때, 정수 m 의 최솟값은?

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$y = -x^2 - 6x - 3$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로
 $2m$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y - 2m = -(x - m)^2 - 6(x - m) - 3$
즉, $y = -x^2 + 2(m - 3)x - m^2 + 8m - 3$ 이
그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로
 $\frac{D}{4} = (m - 3)^2 - m^2 + 8m - 3 > 0$
 $2m + 6 > 0$
 $\therefore m > -3$
따라서 정수 m 의 최솟값은 -2 이다.