

1. x 에 대한 이차방정식 $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때, $k > m$ 이다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이
허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$
$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

2. 다음 중 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 의 인수인 것은?

① $x + y + 2$

② $x - y + 2$

③ $x + 2y + 1$

④ $x - 2y + 1$

⑤ $x + y + 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (2y + 1)(y - 2) \\ &= (x + 2y + 1)(x + y - 2) \end{aligned}$$

3. 부등식 $x^2 - 4|x| + 3 < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 무수히 많다.

해설

$$x^2 - 4|x| + 3 < 0 \text{ 에서 } |x|^2 - 4|x| + 3 < 0$$

$$(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$$

$$1 < |x| < 3$$

따라서, 정수 $x = 2, -2$

4. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-a)(x+b)$, $(x+b)(x-c)$, $(x-c)(x-a)$ 로 나눈 나머지가 각각 $x+2$, $-x+4$, 0 일 때, 상수 a, b, c 의 곱을 구하면?

① 8

② -8

③ 12

④ -12

⑤ 16

해설

$$f(x) = (x-a)(x+b)P(x) + x+2 \cdots \textcircled{1}$$

$$= (x+b)(x-c)Q(x) - x+4 \cdots \textcircled{2}$$

$$= (x-c)(x-a)R(x) \cdots \textcircled{3}$$

나머지 정리에 의해

i) ① 에서 $f(a) = a+2$, ③ 에서

$$f(a) = 0$$

$$\Rightarrow a = -2$$

ii) ① 에서 $f(-b) = -b+2$, ② 에서

$$f(-b) = b+4$$

$$\Rightarrow b = -1$$

iii) ② 에서 $f(c) = -c+4$, ③ 에서

$$f(c) = 0$$

$$\Rightarrow c = 4$$

$$\therefore abc = 8$$

5. 이차함수 $y = -x^2 - 6x - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 $2m$ 만큼 평행이동한 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 때, 정수 m 의 최솟값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$y = -x^2 - 6x - 3$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로

$2m$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y - 2m = -(x - m)^2 - 6(x - m) - 3$$

$$\text{즉, } y = -x^2 + 2(m - 3)x - m^2 + 8m - 3 \text{ 이}$$

그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로

$$\frac{D}{4} = (m - 3)^2 - m^2 + 8m - 3 > 0$$

$$2m + 6 > 0$$

$$\therefore m > -3$$

따라서 정수 m 의 최솟값은 -2 이다.