

1. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 일 때, $f(2) + f(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = -x^2 + 2x + 1 \text{ 에서 } f(2) = 1, f(-1) = -2$$

$$\therefore f(2) + f(-1) = -1$$

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로
 $27 = a(-3)^2, a = 3$

3. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y = (x - 1)^2 + 3$

② $y = (x + 1)^2 + 3$

③ $y = x^2 + 2$

④ $y = x^2 + 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로

$$3 = a \times (-1)^2, a = 3$$

$$\therefore y = 3x^2$$

4. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것을 골라라.

보기

- ㉠ 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 겉넓이 y
- ㉡ 가로, 세로의 길이가 각각 $2x$, $x+3$ 인 직사각형의 둘레의 길이
- ㉢ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
- ㉣ 밑면의 반지름의 길이가 x , 높이가 7 인 원기둥의 부피 y

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = 6x^2$

㉡ $y = 2(2x + x + 3) = 6x + 6$: 일차함수

㉢ $y = \pi x^2$

㉣ $y = 7\pi x^2$

따라서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것은 ㉡이다.

5. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2 + a + 1$
이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a \neq 2$

6. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ 일 때, $f(-3) - 2f(0)$ 의 값은?

① 13

② -13

③ 14

④ -14

⑤ 15

해설

$x = -3$ 을 대입하면 $y = -16$ 이고, $x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$ 이므로 $f(-3) - 2f(0) = -16 + 2 = -14$ 이다.

7. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 + 3x - 4$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 4 = 0$$

$$f(f(1)) = f(0) = -4$$

$$\therefore f(f(f(1))) = f(f(0)) = f(-4) = 0$$

8. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프가 제 3사분면 위의 점 $(a, 3a)$ 를 지날 때, $2a$ 의 값은?

① -3

② 3

③ -4

④ 4

⑤ -2

해설

$$3a = -2a^2, 2a \left(a + \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 점 $(a, 3a)$ 가 제 3 사분면 위의 점이므로 $2a = 2 \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -3$ 이다.

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수 b 의 값을 구하여라.

(가) 상수 m, n 에 대하여 $m - n = 6$ 이다.

(나) 두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 지난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 함수식에 대입하면 $m = a + b + c$, $n = a - b + c$

두 식을 연립하여 풀면 $m - n = 2b$, $m - n = 6$ 이므로 $2b = 6$ $\therefore b = 3$

10. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

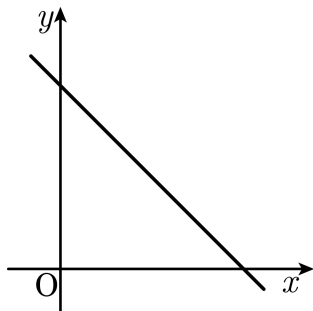
▷ 정답 : $a = 9$

해설

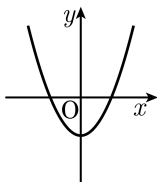
$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면

$$a = 3^2 = 9$$

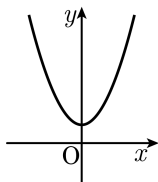
11. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는?



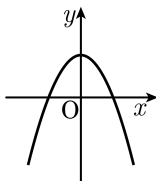
①



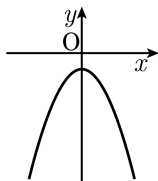
②



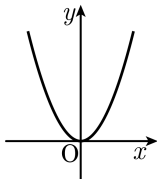
③



④



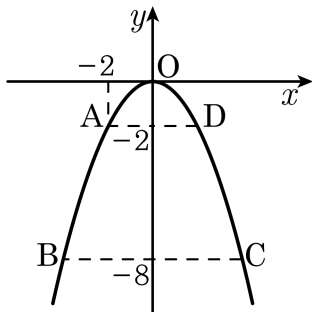
⑤



해설

$y = ax^2 + b$ 그래프에서 $a < 0$, $b > 0$ 이므로 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

12. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-2, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = 4a, a = -\frac{1}{2} \text{ 일 때, } x = \pm 4$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2, y = -8$$

$$A(-2, -2), B(-4, -8)$$

$$C(4, -8), D(2, -2)$$

$$(\square ABCD \text{ 의 넓이}) = (8 + 4) \times (8 - 2) \times \frac{1}{2} = 36$$

13. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것을 골라라.

㉠ $y = 3x^2 - 1$

㉡ $y = -x^2 - 2$

㉢ $y = -\frac{1}{2}x^2$

㉣ $y = \frac{1}{3}x^2$

㉤ $y = -5x^2 + \frac{1}{3}$

㉥ $y = 5x^2$

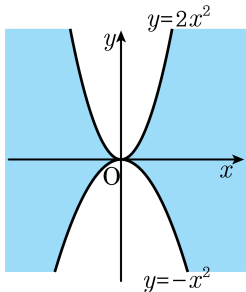
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

x^2 의 계수가 음수이면서 절댓값이 가장 큰 이차함수를 찾는다.

14. 다음 그림은 두 이차함수 $y = 2x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프이다. 다음 이차함수의 그래프 중 이 두 그래프 사이의 색칠된 부분에 있지 않은 것을 고르면?



① $y = \frac{3}{2}x^2$

② $y = -\frac{3}{2}x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -\frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = x^2$

해설

$a > 0$ 일 때, a 의 절댓값이 2보다 작은 그래프

$a < 0$ 일 때, a 의 절댓값이 1보다 작은 그래프

두 조건에 의해서 만족하지 않는 그래프는 ②이다.

15. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 점 $(3, -9)$ 를 지난다.
- ② 위로 볼록한 그래프이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 이다.
- ④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ 항상 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

16. 이차함수 $y = 3x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

② 아래로 볼록한 그래프이다.

③ $y = -3x^2$ 보다 폭이 넓다.

④ y 축을 축으로 한다.

⑤ $y = -3x^2$ 과 x 축 대칭이다.

해설

③ 3 과 -3 은 절댓값의 크기가 같으므로 폭이 같다.

17. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2

② $-\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

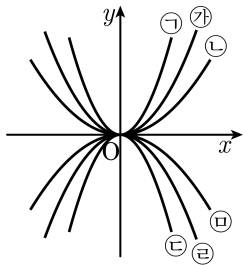
$$a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{ 이다.}$$

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 이고 } (-3, c) \text{ 를 지나므로}$$

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$

19. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉠은 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것을 찾아 기호로 써라.



▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로 폭은 ㉠ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다.
따라서 ㉢이다.

20. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

(가) $y = \frac{1}{2}x^2$

(나) $y = -2x^2$

(다) $y = 2x^2$

(라) $y = -\frac{1}{4}x^2$

- ① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
- ② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
- ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
- ④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

- ① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
- ② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ③ $|a|$ 가 작을 수록 폭이 넓다.
- ④ a 의 부호가 반대이면 x 축 대칭이다.
- ⑤ (나), (라)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.