

1. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

2. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로 각각의 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$

3. 허수단위 i 에 대하여 $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ 을 간단히하면?

① $1 + i$

② $-1 + i$

③ $2i$

④ $2 + i$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

4. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ 의 양변에 } 2 \text{ 를 곱하면 } 2x = 1 - \sqrt{3}i$$

$$\text{그러므로 } 2x - 1 = -\sqrt{3}i$$

$$\text{이 식의 양변을 제곱하면 } 4x^2 - 4x + 1 = -3$$

$$\text{즉, } 4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\text{따라서, } x^2 - x + 1 = 0$$

5. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 k 값들의 합은?

① 1

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

6. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로

두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$

두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$

$\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

7. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

$$\text{가장 작은 근 } a = -\sqrt{6}, \text{ 가장 큰 근 } b = \sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

8. 등식 $x^3 + ax^2 + 2x + b = (x^2 + x + 1)Q(x) + 2x + 1$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$Q(x) = x + c$ 라고 두고 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 0, b = 0, c = -1$ 이므로 $a + b = 0$

해설

$x^3 + ax^2 + 2x + b$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 직접 나눗셈을 하면,

$$\begin{array}{r}
 x + (a-1) \\
 x^2 + x + 1 \overline{) x^3 + ax^2 + 2x + b} \\
 \underline{-(x^3 + x^2 + x)} \\
 (a-1)x^2 + x + b \\
 \underline{-(a-1)x^2 + (a-1)x + (a-1)} \\
 (2-a)x + b - a + 1
 \end{array}$$

$$2 - a = 2, b - a + 1 = 1$$

$$a = 0, b = 0$$

9. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	a
1	4	3	5	

① $a = 3$

② $b = 2$

③ $c = 1$

④ $d = 4$

⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	-1	b
		1	$a+1$	a
1	$a+1$	a	$b+a$	

$k = 1, a = 3, b = 2, c = 1, d = 4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

10. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$

② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$

③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$

④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$

⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y + 4)x - (y^2 - y - 2) \\&= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2) \\&= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\} \\&= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

11. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2 - 2$

② $2x^2 + x + 1$

③ $2x^2 + x - 1$

④ $2x^2 + x + 2$

⑤ $2x^2 + x - 2$

해설

최소공배수 : $x^3 + x^2 - 2x = x(x-1)(x+2)$

최대공약수 : $(x-1)$

따라서 두 다항식은 $x^2 - x$, $x^2 + x - 2$

$\therefore 2x^2 - 2$

12. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \cdot B$, 최소공배수 L 을 $A \star B$ 로 나타내기로 한다. 다음 중 $(A^2 \cdot B^2) \star (A^2 \cdot AB)$ 와 같은 것은?

① 1

② A

③ AB

④ AL

⑤ AG

해설

$A = aG, B = bG$ (a, b 는 서로소)라 하면

$$A^2 \cdot B^2 = a^2 G^2 \cdot b^2 G^2 = G^2$$

$$A^2 \cdot AB = a^2 G^2 \cdot ab G^2 = a G^2$$

$$\therefore (A^2 \cdot B^2) \star (A^2 \cdot AB) = G^2 \star a G^2 = a G^2 = AG$$

13. $x^2 + x - 1 = 0$ 일 때, $x^5 - 5x$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$ 를 $x^2 + x - 1$ 로 나누면

즉, $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$\therefore x^5 - 5x = -3$$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$$x^2 = -x + 1$$

$$x^5 - 5x = (x^2)^2 \times x - 5x$$

$$= x(-x + 1)^2 - 5x$$

$$= x^3 - 2x^2 - 4x$$

$$= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x$$

$$= -x^2 - x - 2$$

$$= -(x^2 + x) - 2$$

$$= -1 - 2 = -3$$

14. 2가 아닌 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{ax^2 + 4x + b}{x - 2}$ 의 값이 항상 일정하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a - b$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{ax^2 + 4x + b}{x - 2} = k \text{라 하면}$$

$$ax^2 + 4x + b = k(x - 2)$$

$$ax^2 + (4 - k)x + b + 2k = 0$$

x 에 대한 항등식이므로

$$a = 0$$

$$4 - k = 0 \text{에서 } k = 4$$

$$b + 2k = 0 \text{에서 } b = -8$$

$$\therefore a - b = 8$$

해설

주어진 식이 모든 x 에 대해 일정한 값을 가지려면

분자인 $ax^2 + 4x + b$ 가 분모인 ' $x - 2$ ' 만을 인수로 가져야 한다.

즉, 분자가 $k(x - 2)$ 가 되어야 한다.

$$\frac{ax^2 + 4x + b}{x - 2} = \frac{4(x - 2)}{x - 2} = 4$$

$$\therefore a = 0, b = -8 \text{에서 } a - b = 8$$

15. 정식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때 3이 남고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눌 때 3x가 남는다. $f(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눌 때, 나머지를 구하면?

① $6x - 1$

② $6x - 2$

③ $6x - 3$

④ $6x - 5$

⑤ $6x - 9$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q_1(x) + 3 \\ &= (x - 1)(x - 2)Q_1(x) + 3 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_2(x) + 3x \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_2(x) + 3x \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 5x + 6)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x - 3)Q(x) + ax + b \cdots \cdots \textcircled{\text{㉢}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}} \text{에서 } f(2) = 3 = 2a + b \cdots \cdots \textcircled{\text{㉤}}$$

$$\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}} \text{에서 } f(3) = 9 = 3a + b \cdots \cdots \textcircled{\text{㉥}}$$

$$\therefore \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}} \text{에서 } a = 6, b = -9$$

$$\therefore \text{나머지는 } 6x - 9$$

16. 복소수 $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수) 에 대하여 $\alpha^* = b + ai$ 로 나타낸다. $\alpha = \frac{4+3i}{5}$ 일 때, $5\alpha^5(\alpha^*)^4$ 의 값을 구하면?

① $4 + 3i$

② $3 + 3i$

③ $2 + 3i$

④ $1 + 3i$

⑤ $-1 + 3i$

해설

$$\begin{aligned}\alpha\alpha^* &= (a + bi)(b + ai) \\ &= ab + a^2i + b^2i - ab = (a^2 + b^2)i\end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{4+3i}{5} \text{ 이므로 } \alpha\alpha^* = \left\{ \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 \right\} i = i$$

$$\begin{aligned}\therefore 5\alpha^5(\alpha^*)^4 &= 5\alpha(\alpha \cdot \alpha^*)^4 \\ &= 5 \cdot \frac{4+3i}{5} \cdot i^4 \\ &= 4 + 3i\end{aligned}$$

17. 이차함수 $y = x^2 - x + 3$ 이 직선 $y = kx - 6$ 보다 항상 위쪽에 있도록 상수 k 의 값의 범위를 정하면 $\alpha < k < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = x^2 - x + 3 - (kx - 6) = x^2 - (1 + k)x + 9$ 에서 $D < 0$ 을 이용하여 $\alpha + \beta$ 를 구하면,

$$(1 + k)^2 - 36 < 0$$

$$k^2 + 2k - 35 < 0, (k + 7)(k - 5) < 0 \therefore -7 < k < 5$$

$$\therefore \alpha + \beta = -7 + 5 = -2$$

18. 밑변의 길이와 높이의 합이 28 cm 인 삼각형의 최대 넓이는?

① 90 cm^2

② 92 cm^2

③ 94 cm^2

④ 96 cm^2

⑤ 98 cm^2

해설

삼각형의 밑변의 길이를 $x \text{ cm}$, 높이를 $y \text{ cm}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}x(28 - x)$$

$$= \frac{1}{2}(-x^2 + 28x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 98$$

19. 다음 중 $\left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 - 1$ 의 값과 같은 것은?

① $\frac{3^2 \times 997^3}{10}$

② $\frac{3^2 \times 997^6}{10}$

③ $-\frac{3^2 \times 997^3}{10}$

④ $-\frac{3^2 \times 997}{10^6}$

⑤ $-\frac{3^2 \times 997^9}{10}$

해설

주어진 식에서 $\frac{997}{1000}$ 과 $\frac{3}{1000}$ 을 더해보면 $\frac{997+3}{1000} = 1$ 이므로

$a = \frac{997}{1000}$, $b = \frac{3}{1000}$, $c = -1$ 이라 하면

$a + b + c = 0$ 이 된다.

따라서 $a + b + c = 0$ 이므로

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ 에서 $a^3+b^3+c^3 = 3abc$ 임을 이용하면

$$a^3 + b^3 + c^3 = \left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 + (-1)^3 \text{의 값은}$$

$$3abc = 3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) \text{와 같으므로}$$

구하는 값은

$$3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) = -\frac{3^2 \times 997}{10^6}$$

20. 거리가 100m 인 두 지점 A, B가 있다. 갑은 A에서 출발하며 B로 달리고, 을은 B에서 출발하여 A로 자전거를 타고 달렸다. 두 사람은 동시에 출발하여 P지점에서 만났는데 만나고 나서 갑은 8초 후에 B에, 을은 2초 후에 A에 도착하였다. 갑, 을이 각각 일정한 속도로 달렸다고 할 때, A, P사이의 거리는?

① 20 m

② 30 m

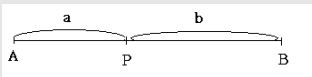
③ $\frac{100}{3}$ m

④ $\frac{121}{4}$ m

⑤ $\frac{147}{5}$ m

해설

갑의 속도를 α , 을의 속도를 β 라 하자.



$$a + b = 100 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{a}{\alpha} = \frac{b}{\beta}, \quad \frac{b}{\alpha} = 8, \quad \frac{a}{\beta} = 2$$

정리하면 $\frac{a}{\left(\frac{b}{8}\right)} = \frac{b}{\left(\frac{a}{2}\right)}$ 에서

$$\frac{a^2}{2} = \frac{b^2}{8}, \quad 4a^2 = b^2$$

$\therefore b = 2a$ ($\because a, b$ 는 양수)

①에 대입하면, $3a = 100 \quad a = \frac{100}{3}$ m