

1. 수직선 위의 두 점 A(5), B(-2) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\overline{AB} = \overline{BA} = |5 - (-2)| = |7| = 7$$

2. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(-7) 사이의 거리를 구하면?

① 8

② 6

③ 4

④ 2

⑤ 1

해설

$$\therefore |-7 - (-3)| = 4$$

3. 두 점 A (3, -2) , B (-1, 2) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

① (1, -1)

② (-1, 0)

③ (1, 0)

④ (2, 0)

⑤ (2, -1)

해설

x 축 위의 점을 P ($x, 0$) 이라 하면 $(x - 3)^2 + 2^2 = (x + 1)^2 + 2^2$
 $\Rightarrow x = 1$

4. 두 점 A(-5, -1), B(4, -5)에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

- ① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$ ② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$
④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 P(a , $-a$) 라 하면, ($\because y = -x$)

$$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(a+5)^2 + (-a+1)^2 = (a-4)^2 + (-a+5)^2$$

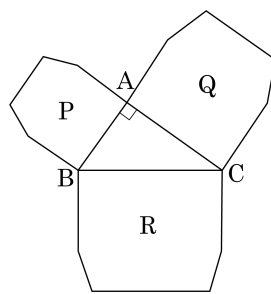
$$a^2 + 10a + 25 + a^2 - 2a + 1$$

$$= a^2 - 8a + 16 + a^2 - 10a + 25$$

$$\Rightarrow 26a = 15 \Rightarrow a = \frac{15}{26}$$

$$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$$

5. 다음 그림과 같이, 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 닮은 도형 P, Q, R가 있다. 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x , y , z 라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?



- ① $xy = z$ ② $x + y = z$
 ③ $x^2 + y^2 = z^2$ ④ $x^3 + y^3 = z^3$
 ⑤ 위에는 정답이 없다.

해설

도형 P, Q, R 가 닮은 도형들이고 그들의 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC}$ 이므로 도형 P, Q, R의 넓이의 비는 닮음비의 제곱인 $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 : \overline{BC}^2$ 이 된다. 그런데 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 따라서, 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x, y, z라 하면 $x + y = z$

6. 수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{AB}$ 는 5이고 점 $C(a + b)$ 의 좌표를 -1 이라 할 때, 점 $D(a - b)$ 의 좌표는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a > b$ 일때, $A(a), B(b)$ 사이의 거리는 $a - b$ 이므로, $a - b = 5$
따라서 $D(a - b)$ 의 좌표는 5

7. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는 6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?
- ① 6km ② 9km ③ 12km
- ④ 15km ⑤ 18km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X라 하면

A(0), B(6), C(9), X(x)

A마을과 X마을 사이의 거리는 $|x - 0|$

C마을과 X마을 사이의 거리의 2배이므로 $2|x - 9|$

곧, $|x| = 2|x - 9|$

$\therefore 2(x - 9) = \pm x$

$\therefore x = 6$ 또는 $x = 18$

여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.

따라서 $x = 18$

이 때, X마을과 B마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12(\text{km})$

8. 두 점 A(4, -3), B(a, 3) 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

두 점 A(4, -3), B(a, 3) 에 대하여

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(a-4)^2 + (3+3)^2} \\ &= \sqrt{a^2 - 8a + 52} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

위의 식의 양변을 제곱하면 $a^2 - 8a + 52 = 72$

$$a^2 - 8a - 20 = 0$$

$$(a-10)(a+2) = 0$$

$$\therefore a = 10 (\because a > 0)$$

9. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

A($\sqrt{3}-1$, $1-\sqrt{2}$), B($\sqrt{3}$, $1+\sqrt{2}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{3}+1)^2+(1-\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{1+8}=3\end{aligned}$$

10. 두 점 A(-3, 1) , B(2, 5) 사이의 거리는?

① 5

② $4\sqrt{2}$

③ 6

④ $\sqrt{41}$

⑤ $\sqrt{43}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{41}$$

11. 두 점 A(1, 2), B(-2, 6) 사이의 거리는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{1 - (-2)^2 + (2 - 6)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} \\ &= 5\end{aligned}$$

12. 좌표평면 위의 세 점 A(2, 0), B(3, a), C(4, 2)에 대하여 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} = \overline{BC} &\text{에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 이므로} \\ (3-2)^2 + (a-0)^2 &= (4-3)^2 + (2-a)^2 \\ 1 + a^2 &= 1 + 4 - 4a + a^2 \\ 4a &= 4 \quad \therefore a = 1\end{aligned}$$

13. 두 점 $(0, 0)$, $(4, -3)$ 사이의 거리를 구하면?

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

$$\sqrt{(4-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

14. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(-3, 5), B(6, -13)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $9\sqrt{5}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(6+3)^2 + (-13-5)^2} = \sqrt{405} = 9\sqrt{5}$$

15. 좌표평면에서 두 점 A(7, 2), B(3, 5) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 점 A(7, 2), B(3, 5) 사이의 거리는 $\overline{AB} = \sqrt{(3-7)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

16. 두 점 $A(a, 2b + a)$, $B(-a, a)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(-a-a)^2 + (a-(2b+a))^2} \\ &= \sqrt{4a^2 + 4b^2} = 2\sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{5} \\ \therefore a^2 + b^2 &= 5\end{aligned}$$

17. 좌표평면 위의 두 점 $P(a, 3)$, $Q(1, a)$ 에 대하여 $\overline{PQ} = \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$$

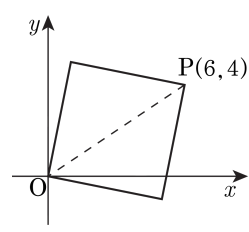
$$\text{양변을 제곱하면 } 2a^2 - 8a + 10 = 2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 0, a^2 - 4a + 4 = 0, (a-2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

18. 다음 그림과 같은 정사각형의 넓이는?

- ① 16 ② 20 ③ 26
④ 32 ⑤ 52



해설

$\overline{OP} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}$ 이므로
주어진 정사각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면
 $\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{52}$ 에서 $a^2 = 26$ 이다.
따라서 정사각형의 넓이는 26이다

19. 두 점 A(-3, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P의 좌표는?

① (-3, 0)

② (1, 0)

③ (2, 0)

④ (-1, 0)

⑤ (5, 0)

해설

x 축 위의 점을 P(x , 0)라 하면

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x+3)^2 + (0-2)^2 = (x-4)^2 + (0-5)^2$$

$$14x = 28$$

따라서 $x = 2$ 즉, P(2, 0)

20. 두 점 A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점Q의 좌표를 구하면?

① P(2.4, -1), Q(0, 6)

② P(3.6, 0), Q(-1, 6)

③ P(3.6, 0), Q(0, 6)

④ P(2.4, 0), Q(0, 5)

⑤ P(3.6, 0), Q(-1, 2)

해설

A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 P(x , 0) 과 Q(0, y)
를 구해야 하므로 $\overline{AP} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{(x+1)^2+2^2} = \sqrt{(x-4)^2+5^2}$

양변을 정리하면 $10x = 36 \therefore x = 3.6 \therefore P(3.6, 0)$

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{1^2+(y-2)^2} = \sqrt{4^2+(y-5)^2}$

양변을 정리하면 $6y = 36 \therefore y = 6 \therefore Q(0, 6)$

21. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 A(a , 3), B(-1, -5), C(3, 7) 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로
피타고라스의 정리에 의해
 $\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{1}$
이때, 세 점 A(a , 3), B(-1, -5), C(3, 7)에 대하여
 $\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$
 $\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$
 $\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160$ 이므로
 $\textcircled{1}$ 에 의해 $2a^2 - 4a + 90 = 160$
 $\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

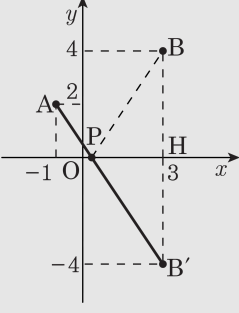
22. 두 점 A (−1, 2) , B (3, 4)에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, AP + BP의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B'(3, −4)
 $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$
따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고
세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때
가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



23. 좌표평면 위의 두 점 A(3,2) , B(5,4) 와 x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 PA + PB 의 최솟값은?

- ① 6
- ② $\sqrt{37}$
- ③ $\sqrt{38}$
- ④ $\sqrt{39}$
- ⑤ $\sqrt{40}$

해설

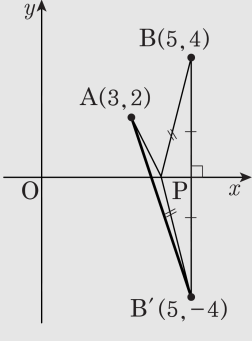
다음 그림과 같이 점 B(5, 4) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B'(5,-4) 라 하면

$\overline{PB} = \overline{PB'}$ 이므로

$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA} + \overline{PB'} \geq \overline{AB'}$

따라서 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $\overline{AB'}$ 이고

$\overline{AB'} = \sqrt{(5-3)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$



24. 수직선 위의 5개의 정점 A(-1), B(0), C(1), D(3), E(5)와 동점 P(x)에 대하여 점 P에서 5개의 정점 A, B, C, D, E까지의 거리의 합을 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 의 최솟값은?

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

해설

수직선 위에 임의의 동점 P(x)를 잡으면
점 P에서 정점 A, B, C, D, E까지의 거리 $f(x)$ 는
 $f(x) = |x + 1| + |x| + |x - 1| + |x - 3| + |x - 5|$

(i) $x < -1$, $f(x) = -x - 1 - x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -5x + 8$
(ii) $-1 \leq x < 0$, $f(x) = x + 1 - x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -3x + 10$
(iii) $0 \leq x < 1$, $f(x) = x + 1 + x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -x + 10$
(iv) $1 \leq x < 3$, $f(x) = x + 1 + x + x - 1 - x + 3 - x + 5 = x + 8$
(v) $3 \leq x < 5$, $f(x) = x + 1 + x + x - 1 + x - 3 - x + 5 = 3x + 2$
(vi) $5 \leq x$, $f(x) = x + 1 + x + x - 1 + x - 3 + x - 5 = 5x - 8$

이므로
(i)~(vi)의 그래프에서 $x = 1$ 인 경우 $f(x)$ 는 최솟값을 갖는다.
 $\therefore f(1) = |1 + 1| + |1| + |1 - 1| + |1 - 3| + |1 - 5| = 9$

25. 두 점 A(3, 4), B(5, 2)로부터 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P의 좌표는?

① (-3, 2)

② (0, 0)

③ (3, 1)

④ (1, 0)

⑤ (-2, 3)

해설

점 P의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(a-3)^2 + (-4)^2 = (a-5)^2 + (-2)^2$$

$$a^2 - 6a + 25 = a^2 - 10a + 29$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore P(1, 0)$$

26. 두 점 A(2, 3), B(6, 1)이 있다. 점 P가 x축 위에 있을 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

(2, 3)을 x 축에 대해
대칭이동한 점을
 $A'(2, -3)$ 라 하면
최단거리는 $A'B$ 의 길이
 $\therefore \sqrt{(2-6)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

27. 두 점 A(3, 5), B(4, -2)에서 같은 거리에 있고 x 축 위에 있는 점 P의 좌표는?

㉠ (-7, 0)

㉡ (-4, 0)

㉢ (0, 0)

㉣ (1, 0)

㉤ (3, 0)

해설

P ($a, 0$) 이라 하면

$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$(a - 3)^2 + 5^2 = (a - 4)^2 + 4, a = -7$

$\therefore P = (-7, 0)$

28. 두 점 A(-5, 1), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

- ① $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ ② $\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$
④ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ⑤ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

해설

구하는 점을 $P(a, -a)$ 라 하면 ($\because y = -x$)

$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

$$\Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(a+5)^2 + (a+1)^2 = (a-4)^2 + (a+5)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$

29. 두 점 $(1, -3)$, $(3, 2)$ 로부터 거리가 같고, 직선 $y = 2x$ 위에 있는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right)$

② $\left(\frac{1}{7}, \frac{1}{3}\right)$

③ $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{3}\right)$

④ $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right)$

⑤ $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$

해설

$y = 2x$ 위에 있으므로 $(a, 2a)$ 로 놓으면

$$\sqrt{(1-a)^2 + (-3-2a)^2}$$

$$= \sqrt{(3-a)^2 + (2-2a)^2}$$

$$a^2 - 2a + 1 + 4a^2 + 12a + 9 = a^2 - 6a + 9 + 4a^2 - 8a + 4$$

$$10a + 10 = -14a + 13$$

$$\therefore 24a = 3$$

$$\therefore a = \frac{1}{8}, 2a = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$$

30. 직선 $y = 2x$ 위에 있고 점 A(2, 0), B(3, 1)에서 같은 거리에 있는 점을 P(α, β)라고 할 때, $\alpha\beta$ 를 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y = 2x$ 위에 있으므로 P ($\alpha, 2\alpha$) 라 하면

$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(\alpha - 2)^2 + (2\alpha)^2 = (\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2$$

$$-4\alpha + 4 = -6\alpha - 4\alpha + 10$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2$$

31. 직선 $y = x$ 위에 있고, 두 점 A(1, 6), B(2, -1)에서 같은 거리에 있는 점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{12}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

$$\begin{aligned} (a, b) \text{가 } y = x \text{ 위에 있으므로 } b &= a \\ \sqrt{(a-1)^2 + (a-6)^2} &= \sqrt{(a-2)^2 + (a+1)^2} \\ (a-1)^2 + (a-6)^2 &= (a-2)^2 + (a+1)^2 \\ -2a + 1 - 12a + 36 &= -4a + 4 + 2a + 1 \\ -12a &= -32 \\ \therefore a &= \frac{8}{3} \\ \therefore a + b = a + a &= \frac{8}{3} \times 2 = \frac{16}{3} \end{aligned}$$

32. 세 점 A(4, 2), B(0, -2), C(-2, 0) 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형

② 둔각삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 구하면

$\overline{AB}$

$$= \sqrt{(0-4)^2 + (-2-2)^2}$$

$$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

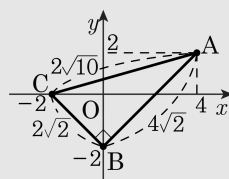
$$\overline{BC} = \sqrt{(-2-0)^2 + \{0-(-2)\}^2} =$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{\{4-(-2)\}^2 + (2-0)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

따라서 $\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



33. 세 점 A(2, 4), B(-2, 2), C(a, b)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (0, 2)일 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.
- ① 정삼각형
 - ② 직각삼각형
 - ③ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
 - ④ $\overline{AB} = \overline{CA}$ 인 이등변삼각형
 - ⑤ 알 수 없다.

해설

무게중심의 좌표가 (0, 2)이므로

$$\frac{2 + (-2) + a}{3} = 0, \frac{4 + 2 + b}{3} = 2$$

$$\therefore a = 0, b = 0$$

$$\therefore C(0, 0)$$

$\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 구하면

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (2 - 4)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\{0 - (-2)\}^2 + (0 - 2)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(0 - 2)^2 + (0 - 4)^2} = 2\sqrt{5}$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{CA}$ 인 이등변삼각형이다.

34. 좌표평면 위의 세 점 A(4, -2), B(1, 7), C(-2, 1)을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?
- ① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 예각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

세변의 길이는

$$\overline{AB} = \sqrt{(1-4)^2 + (7-(-2))^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$
$$\overline{BC} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$
$$\overline{CA} = \sqrt{(4-(-2))^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$ 이고, $\overline{BC} = \overline{CA}$ 이므로 직각이등변삼각형이다.

35. 좌표평면 위의 세 점 A(-1, 2), B(x, 0), C(3, 1)에 대하여 $\angle ABC$ 가 직각일 때, 실수 x 의 값의 합은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\triangle ABC$ 는 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형이므로

피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ 이 성립한다.

$(x+1)^2 + 4 + (x-3)^2 + 1 = 16 + 1$

$x^2 - 2x - 1 = 0$

$\therefore$ 근과 계수와의 관계에 의하여 실수 x 의 값의 합은 2이다.

36. 두 점 A(1, 9), B(2, 3)과 직선 $x + y + 1 = 0$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $AP + BP$ 의 최솟값은?

① 5 ② $8\sqrt{2}$ ③ 12 ④ $9\sqrt{2}$ ⑤ 13

해설

점 B의 직선 $x + y + 1 = 0$ 에 대한 대칭점을

$B'(a, b)$ 라고 하면 $\overline{BB'}$ 의 중점은

직선 $x + y + 1 = 0$ 위의 점이므로

$$\frac{a+2}{2} + \frac{b+3}{2} + 1 = 0$$

$$\therefore a + b + 7 = 0 \cdots \textcircled{A}$$

또, $\overline{BB'} \perp$ (직선 $x + y + 1 = 0$) 이므로

$$\frac{b-3}{a-2} = 1 \text{ 에서 } b = a + 1 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{ 에서 } a = -4, b = -3$$

$$\therefore B'(-4, -3)$$

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{AP} + \overline{PB'} \geq \overline{AB'} = 13$$

37. 다음 그림과 같이 고압 전선 $\overline{DE}$ 가 지나는 곳으로부터 각각 50m, 100m 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 200m일 때, 전체 전선의 길이 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답 : 250m

해설

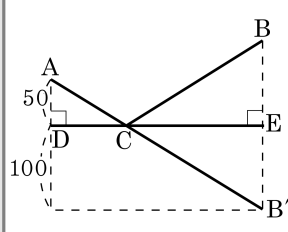
B를 $\overline{DE}$ 에 대해 대칭이동한 점을 B'이라 하면

$\overline{BC} = \overline{CB'}$ 이므로

$$\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$$

$$AC + BC = AC + CB' \geq AB$$

따라서 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값은
 $\overline{AB'} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250(\text{m})$



38. 좌표평면 위의 네 점 A(1, 2), P(0, b), Q(a, 0), B(5, 1)에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

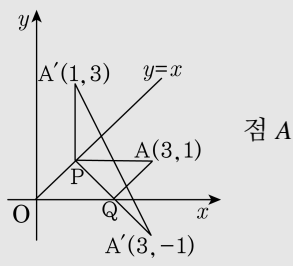
점 A (1, 2)의 y축에 대하여 대칭인 점을 A'(-1, 2), 점 B(5, 1)의 x축에 대하여 대칭인 점을 B'(5, -1)이라 하면
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'}$
 $\geq \overline{A'B'} = \sqrt{(5+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{45}$
따라서 $k = \sqrt{45}$ 이므로 $k^2 = 45$

39. 정점 $A(3, 1)$ 과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 동점 P , x 축 위를 움직이는 동점 Q 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA}$ 의 최소거리를 구하면?

- ① $2\sqrt{3}$
- ② 4
- ③ $2\sqrt{5}$
- ④ $3\sqrt{5}$
- ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

점 A 의 $y = x$ 에 대한 대칭점을 A' ,



의 x 축에 대한 A'' 라 하면,
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QA''}$
 $\overline{A'A''} = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-3)^2} = 2\sqrt{5}$
따라서 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA}$ 의 최솟값은 $2\sqrt{5}$ 이다.

40. 두 점 (8, 5), (3, - 7) 사이의 거리를 구하면?

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

$$\sqrt{(3-8)^2 + (-7-5)^2} = \sqrt{169} = 13$$