

1. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

2. x 가 $-1, 0, 1$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-1, 4$ ⑤ 4

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

3. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0, A = -8\end{aligned}$$

4. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

5. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

6. 이차방정식 $(3x-2)(2x+3)=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=-3$

② $x=-2$ 또는 $x=3$

③ $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

④ $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

⑤ $x=2$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

$$3x-2=0 \text{ 또는 } 2x+3=0$$

$$\therefore x=\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=-\frac{3}{2}$$

7. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $2x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-5)(x-3) = 0$$

$$\therefore a=5, b=3, a+2=7, b+2=5$$

$$(x-7)(x-5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

8. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x-2 & x+3 \\ 3 & x \end{vmatrix} = -8x + 31$ 을 만족하는 x 의 값들의 합을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{vmatrix} x-2 & x+3 \\ 3 & x \end{vmatrix} = -8x + 31$$

$$x(x-2) - 3(x+3) = -8x + 31$$

$$x^2 - 2x - 3x - 9 = -8x + 31$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x-5)(x+8) = 0$$

따라서 $x = 5$ 또는 $x = -8$ 이다.

따라서 x 의 값들의 합은 $5 + (-8) = -3$ 이다.

9. 이차방정식 $4x^2 - ax - 48 = 0$ 의 해가 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값과
그 때의 다른 한 근의 합을 구하면?

① 18

② 20

③ 22

④ 24

⑤ 26

해설

$$16 + 2a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 16$$

$$4x^2 - 16x - 48 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 6, -2$$

$$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 16 + 6 = 22$$

10. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2+2m-2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

$$\text{따라서 } m = 3, \text{ 나머지 한 근은 } x = \frac{7}{2}$$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

11. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

12. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - 15 = 0$ 과 $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 근은?

① 1

② -3

③ 3

④ 5

⑤ 9

해설

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \text{ 또는 } -3$$

$$\therefore \text{공통인 근 } x = 3$$

13. 두 이차방정식 $x^2 - 4x - a = 0$, $x^2 + bx + c = 0$ 의 공통인 해가 $x = -1$ 이고, $x^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$x = -1$ 을 $x^2 - 4x - a = 0$ 에 대입하면 $1 + 4 - a = 0$

$\therefore a = 5$

$x^2 + bx + c = 0$ 은 중근 $x = -1$ 을 갖는다.

$(x + 1)^2 = 0$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$\therefore b = 2, c = 1$

$\therefore a + b + c = 5 + 2 + 1 = 8$

14. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개가 아닌 것은?

① $-x^2 + 10x - 1 = 24$

② $x^2 - 8x - 14 = -30$

③ $2x^2 - 8x + 18 = 4x$

④ $x^2 + 2x + 15 = -8x - 1$

⑤ $-3x^2 + 18x - 15 = 12$

해설

근의 개수가 1개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

① $-(x-5)^2 = 0$

② $(x-4)^2 = 0$

③ $2(x-3)^2 = 0$

⑤ $-3(x-3)^2 = 0$

15. 다음 이차방정식 중 증근을 갖지 않는 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 1 = 0$

② $x^2 = 12x - 36$

③ $2(x+4)^2 = 8$

④ $x^2 = 6(x - \frac{3}{2})$

⑤ $1 - \frac{1}{3}x^2 = 2(x+2)$

해설

① $x^2 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x+1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$

③ $2(x+4)^2 = 8$ 에서 $x^2 + 8x + 12 = 0$, $(x+2)(x+6) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -6$

16. 이차방정식 $3(x-3)^2 = p$ 가 증근을 가진다고 할 때, 상수 p 의 값과 증근은?

- ① $p = 0, x = 3$ ② $p = 3, x = 3$ ③ $p = 0, x = -3$
④ $p = 3, x = 0$ ⑤ $p = -3, x = 3$

해설

증근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식) = 0 이므로

$3(x-3)^2 = p, (x-3)^2 = \frac{p}{3}$ 이므로 $p = 0$ 이다.

또한 증근은 $x = 3$ 이다.

17. 이차방정식 $(x-3)^2-2=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

① 6

② $2\sqrt{2}$

③ $6+2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ -6

해설

$$(x-3)^2=2 \text{ 이므로}$$

$$x-3=\pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x=3\pm\sqrt{2}$$

$$\alpha+\beta=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$$

18. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, A, B 의 값은?

① $A = 3, B = 8$

② $A = -3, B = 8$

③ $A = 2, B = 4$

④ $A = -3, B = -8$

⑤ $A = 4, B = 6$

해설

$$(x-1)(x-5) = 4$$

$$x^2 - 6x = 4 - 5$$

$$x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$$

$$(x-3)^2 = 8, A = -3, B = 8$$

19. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 해를 구하면?

① $1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

② $1 \pm \sqrt{10}$

③ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

④ $2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 4x = 3$$

$$2(x^2 - 2x) = 3$$

$$x^2 - 2x = \frac{3}{2}$$

$$(x-1)^2 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$x-1 = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

20. 이차방정식 $(x-1)^2 + a - 2 = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 3 ② 0 ③ -2 ④ -5 ⑤ -7

해설

$(x-1)^2 = -a+2$ 가 해를 가지려면, $-a+2 \geq 0$
 $\therefore a \leq 2$