

1. $6x^2 - 12x + 6 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (증근)

② $x = -3$ (증근)

③ $x = 5$ (증근)

④ $x = 1$ (증근)

⑤ $x = 3$ (증근)

해설

$$6(x^2 - 2x + 1) = 0, 6(x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ (증근)}$$

2. 이차방정식 $x^2 + x - m + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값은?

- ① 5 ② 3 ③ 1 ④ -1 ⑤ -5

해설

두 근을 α , $\alpha + 3$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha + 3 = -1, \alpha = -2$$

$$\alpha(\alpha + 3) = -m + 3$$

$$-2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 5$$

3. 이차방정식 $2x^2 - ax - 3 = 0$ 의 한 근이 $\frac{3}{2}$ 이고 다른 한 근이 $2x^2 - 5x - b = 0$ 의 한 근일때 b 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$2x^2 - ax - 3 = 0$ 에 $x = \frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$\frac{9}{2} - \frac{3}{2}a - 3 = 0, a = 1$$

$$2x^2 - x - 3 = 0, (x + 1)(2x - 3) = 0, x = -1, \frac{3}{2}$$

따라서 다른 한 근은 -1 이므로

$2x^2 - 5x - b = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 + 5 - b = 0 \quad \therefore b = 7$$

4. 이차방정식 $x^2 + 8x - 4 = 0$ 을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값은?

① 20

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 36

해설

$$x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$(x+4)^2 - 4 - 16 = 0$$

$$(x+4)^2 = 20$$

$$\therefore a = 4, b = 20$$

$$\therefore a + b = 24$$

5. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

- ① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면
 $(A + 4)A = 12$
 $A^2 + 4A - 12 = 0$
 $(A - 2)(A + 6) = 0$
 $\therefore A = 2$ 또는 $A = -6$
따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

6. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 $k, k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$2x^2 + kx + 8 = 0$

- ① $x^2 - 11x + 24 = 0$

② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$

④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$
 $k < 0$ 이므로 $k = -8$
 $-8, -3$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은 $x^2 + 11x + 24 = 0$

7. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면 12km 를 내려가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

배가 강을 따라 거슬러 오를 때의 속력을 x km/h 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x-4)(5x+6) = 0$$

x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x = 4$ 이다.

$$\therefore \frac{12}{6} = 2(\text{시간})$$

8. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0, A = -8\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

10. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{A}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } \alpha = -1 \text{ 에서 } a > 0 \text{ 이므로 } \alpha = -1$$

$\alpha = -1$ 을 $\textcircled{A}$ 에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

11. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$

12. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

13. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$

② $-3 \pm \sqrt{2}$

③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$$x - y = k \text{ 라 하면 } y = x - k$$

이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

14. x 에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, x 에 대한 이차방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

① 근 없음

② $x=p$ 또는 $x=q$

③ $x=p$ 또는 $x=-q$

④ $x=-p$ 또는 $x=q$

⑤ $x=-p$ 또는 $x=-q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2+(p+q)x+(pq-k)=0$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha+\beta=-(p+q), \alpha\beta=pq-k$$

방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 을 정리하면

$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta+k=0$$

$$\therefore x^2+(p+q)x+pq=0 (\because 1)$$

인수분해하면 $(x+p)(x+q)=0$ 이므로

구하는 두 근은 $x=-p$ 또는 $x=-q$ 이다.

15. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정가 : $2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \ (a > 0)$$