

1. $\frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{11 - 6\sqrt{2}}{7}$

② $\frac{11 + 6\sqrt{2}}{7}$

③ $\frac{-11 + 6\sqrt{2}}{7}$

④ $\frac{21 - 6\sqrt{2}}{7}$

⑤ $\frac{21 + 6\sqrt{2}}{7}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} &= \frac{(3 + \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} \\ &= \frac{3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{3^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{11 + 6\sqrt{2}}{7}\end{aligned}$$

2. 다음 중 옳은 것은?

① $x^2 + 3xy - 2y^2 = (2x + y)(x - 2y)$

② $x(y - 1) - y + 1 = (y - 1)(x - 1)$

③ $x^3 - 4x = x(x - 2)^2$

④ $x^2 - y^2 - 2x + 2y = (x + y)(x - y - 2)$

⑤ $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (3x - 1)(x + 1)$

해설

③ $x^3 - 4x = x(x - 2)(x + 2)$

④ $x^2 - y^2 - 2x + 2y = (x - y)(x + y - 2)$

⑤ $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (3x - 1)(x + 3)$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a(b+1) + (b+1) = (a+1)(b+1)$

② $(x+y)^2 - 2(x+y) + 1 = (x+y-1)^2$

③ $x^2 + 4x + 4 - y^2 = (x+y+2)(x-y+2)$

④ $(x+2y)^2 - (3x-2y)^2 = -8x(x-2y)$

⑤ $(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 = (x+1)(x-6)$

해설

⑤ $x-3 = X$ 라고 하면

$$\begin{aligned}(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 &= X^2 + 2X - 8 \\ &= (X+4)(X-2) \\ &= (x-3+4)(x-3-2) \\ &= (x+1)(x-5)\end{aligned}$$

4. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + a$ 에서 $f(-2) = -15$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?

① -4

② -3

③ 2

④ 9

⑤ 11

해설

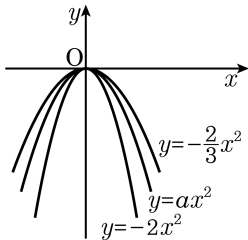
$$\begin{aligned}f(-2) &= -(-2)^2 + 3(-2) + a \\&= -4 - 6 + a = -10 + a \\&= -15\end{aligned}$$

$$\therefore a = -5$$

$$f(x) = -x^2 + 3x - 5$$

$$f(2) = -2^2 + 3 \times 2 - 5 = -4 + 6 - 5 = -3$$

5. 이차함수 $y = ax^2$, $y = -2x^2$, $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?



① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{4}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$-2 < a < -\frac{2}{3}$ 이다.

6. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{6})$$

① $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

② $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

③ $\sqrt{2} - 2$

④ $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{6}) \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

7. $4x^2 - (x-4)^2 = (3x+a)(x+b)$ 를 만족하는 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=0$

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - (x-4)^2 &= \{2x + (x-4)\} \{2x - (x-4)\} \\ &= (3x-4)(x+4) \end{aligned}$$

$$a = -4, b = 4$$

$$\therefore a+b = -4+4 = 0$$

8. x 에 관한 이차식 $x^2 + ax - 15$ 가 $(x+p)(x+q)$ 로 인수분해 될 때, a 의 값으로 적당하지 않는 것은?

① 14

② -14

③ -8

④ 2

⑤ -2

해설

$$x^2 + ax - 15 = (x+p)(x+q)$$

$$-15 \Rightarrow -3 \times 5 \rightarrow a = -3 + 5 = 2,$$

$$-15 \Rightarrow 3 \times (-5) \rightarrow a = 3 - 5 = -2$$

$$-15 \Rightarrow (-1) \times 15 \rightarrow a = -1 + 15 = 14$$

$$-15 \Rightarrow 1 \times (-15) \rightarrow a = 1 - 15 = -14$$

9. 이차함수 $y = x^2 + 2bx + c$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 3 을 가질 때, $b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 1$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 2bx + c \\&= (x - 1)^2 + 3 \\&= x^2 - 2x + 4\end{aligned}$$

$$\therefore b = -1, c = 4$$

$$\therefore b + c = 3$$

10. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$

㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

11. $\sqrt{18}+3$ 과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a , $2\sqrt{7}$ 과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 4

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2)=\sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2>0$$

$$\therefore \sqrt{18}+3>\sqrt{15}-2$$

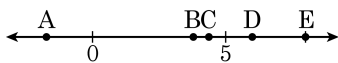
$$\textcircled{2} \quad 2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1=\sqrt{28}-\sqrt{18}+1>0$$

$$\therefore 2\sqrt{7}>3\sqrt{2}-1$$

$$\therefore a=\sqrt{18}+3=3\sqrt{2}+3, b=3\sqrt{2}-1$$

$$b-a=3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3)=-4 \text{ 이다.}$$

12. 다음 중 세 수 p , q , r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}, q = \sqrt{3} - 2, r = \sqrt{5} + 2$$

① $A = p, B = q, C = r$

② $A = q, B = p, C = r$

③ $A = q, B = p, D = r$

④ $B = p, C = q, D = r$

⑤ $B = r, C = p, D = q$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.

(1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$

(2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$

(3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$

$\therefore r > p > q$

ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.

$r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.

따라서 r 은 C, p 는 B 에 위치한다.

13. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$

② -1

③ $\frac{1}{8}$

④ 1

⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

14. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 7 초 후

③ 8 초 후

④ 10 초 후

⑤ 알 수 없다

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25)$$

$$= -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.

15. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$a = -\sqrt{5}, b = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2} \\ &= \sqrt{-(-\sqrt{5})^2 + 3(\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{\left\{ (-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{2})^2 \right\}^2} \\ &= \sqrt{-5 + 6} - \sqrt{(5 \times 2)^2} \\ &= 1 - 10 = -9 \end{aligned}$$

16. 밑면의 넓이가 $x^2 - 3y + 1$ 인 직육면체의 부피가 $x^3 + 2x^2 - 3xy + x - 6y + 2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + 2x^2 - 3xy + x - 6y + 2 \\ &= x^2(x + 2) - 3y(x + 2) + x + 2 \\ &= (x + 2)(x^2 - 3y + 1) \end{aligned}$$

따라서 $a = 1$, $b = 2$ 이므로
 $a + b = 3$ 이다.

17. α, β 는 이차방정식 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 두 근이다. $S_n = \alpha^n + \beta^n$ 이라고 할 때, $S_4 + S_5 + S_6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

α, β 는 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 근이므로

$$\alpha^2 + \alpha - 1 = 0, \alpha^2 + \alpha = 1$$

$$\beta^2 + \beta - 1 = 0, \beta^2 + \beta = 1$$

$$S_4 + S_5 + S_6$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^5 + \beta^5 + \alpha^6 + \beta^6$$

$$= \alpha^4 (1 + \alpha + \alpha^2) + \beta^4 (1 + \beta + \beta^2)$$

$$= \alpha^4 (1 + 1) + \beta^4 (1 + 1)$$

$$= 2 (\alpha^4 + \beta^4)$$

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -1 \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (-1)^2 - 2 \times (-1) = 3$$

$$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

$$= 3^2 - 2 \times (-1)^2$$

$$= 9 - 2 = 7$$

$$\therefore 2 (\alpha^4 + \beta^4) = 2 \times 7 = 14$$

18. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 1km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 20km 를 왕복하는데 9시간 걸린다면 20km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 4시간

해설

올라갈 때 속력을 x km/h 라 하면

내려올 때 속력은 $(x + 1)$ km/h

$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+1} = 9$ 의 양변에 $x(x+1)$ 을 곱하면

$$20(x+1) + 20x = 9x(x+1)$$

$$40x + 20 = 9x^2 + 9x$$

$$9x^2 - 31x - 20 = 0$$

$$(x-4)(9x+5) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 4$ (km/h)

따라서 내려올 때 속력 : $x + 1 = 5$ km/h

$$\therefore \frac{20}{5} = 4 \text{ (시간)}$$

19. 다음 식의 값을 구하여라.

$$6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \frac{3}{6 - \dots}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{6}$

▷ 정답 : $3 - \sqrt{6}$

해설

주어진 식을 x 라고 하면 $x = 6 - \frac{3}{x}$

$x = 6 - \frac{3}{x}$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 = 6x - 3, \quad x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 - 9 + 3 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 6$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{6}$$

20. 함수 $f(x) = \frac{-4}{\sqrt{px^2 + 2x - p + 3}}$ 가 최솟값을 가질 때, 정수 p 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

분모가 항상 음수이므로 주어진 함수가 최소가 될 때는 함수 $y = px^2 + 2x - p + 3 \cdots \textcircled{㉠}$ 이 최댓값을 가질 때이다.

만약 함수 y 가 음수나 0 을 최솟값으로 갖게 되면 함수값이 존재하지 않으므로 함수 y 의 최솟값은 양수이다.

따라서 $p > 0 \cdots \textcircled{㉡}$

$D = p^2 - 3p + 1 < 0 \cdots \textcircled{㉢}$ 의 두 식이 모두 만족되면, $\textcircled{㉠}$ 이 양의 최솟값을 갖는다.

$$p^2 - 3p + 1 < 0 \text{ 에서 } \frac{3 - \sqrt{5}}{2} < p < \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

따라서 정수 p 의 최댓값은 2 이다.