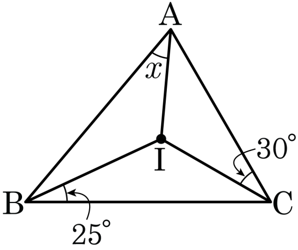
1. 다음 그림에서 $\triangle$ABC에서 세 각의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle\mathrm{IBC} = 25°$, $\angle\mathrm{ICA} = 30°$이다. $\angle\mathrm{IAB}$ 의 크기는?



① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

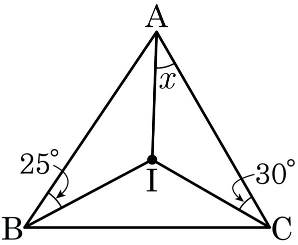
해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle x + 30° + 25° = 90°$

$\therefore\ \angle x = 35°$

2. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① 30° ② 31° ③ 32° ④ 33° ⑤ 35°

해설

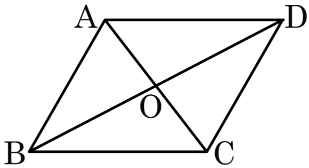
점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle \mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle \mathrm{IBC} = \angle \mathrm{ABI} = 25°$ 이다.
삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $\angle \mathrm{BIC} = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle \mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$, $\angle \mathrm{A} = 70°$

$\therefore\ \angle x = \angle \mathrm{CAI} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{A} = 35°$

3. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$인 이유는?



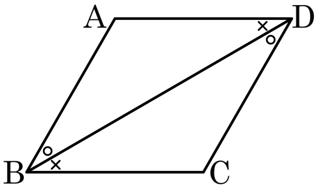
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB \cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① 맞꼭지각　② 직각　③ 동위각
④ 엇각　⑤ 평각

해설

평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 이다.

4. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 의 합동 조건은?



평행사변형 ABCD 에 점 B 와 점 D 를 이으면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\overline{BD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ 이다.

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동

④ SSA 합동 ⑤ AAS 합동

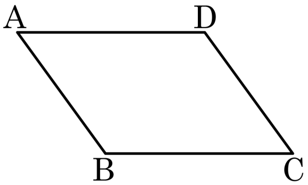
해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동) 이다.

5. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $3:7$ 일 때, $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기를 차례로 구한 것은?



① $126°, 54°$　② $54°, 126°$　③ $144°, 36°$

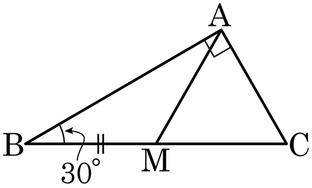
④ $36°, 144°$　⑤ $120°, 60°$

해설

$$\angle A = 180° \times \frac{3}{10} = 54°$$

$$\angle B = 180° \times \frac{7}{10} = 126°$$

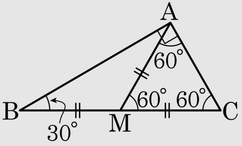
6. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{BC} = 12$일 때, $\triangle AMC$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설



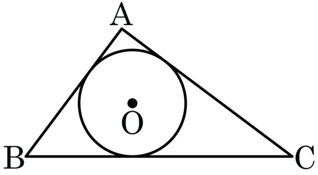
점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 6$

$\angle C = \angle CAM = \angle CMA = 60°$이므로

$\triangle AMC$의 둘레는 18이다.

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내심이다. 내접원의 반지름이 $3\,\text{cm}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $36\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라



① $9\,\text{cm}$ ② $12\,\text{cm}$ ③ $18\,\text{cm}$ ④ $21\,\text{cm}$ ⑤ $24\,\text{cm}$

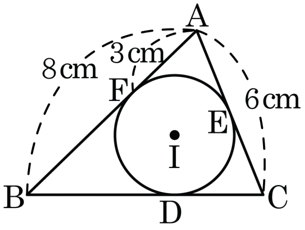
해설

삼각형 세변의 길이를 각각 a, b, c 라 하면

$$\triangle ABC = \triangle OBC + \triangle OAC + \triangle OAB$$
$$= \frac{1}{2} \times 3 \times a + \frac{1}{2} \times 3 \times b + \frac{1}{2} \times 3 \times c$$
$$= \frac{1}{2} \times 3 \times (a + b + c) = 36$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $24\,\text{cm}$

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F 는 각각 내접원의 접점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{AF} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 8 cm

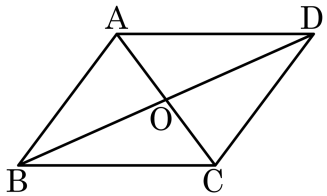
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}, \overline{BF} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CD}$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AF} = 3\text{cm}$ 이므로 $\overline{CD} = 3\text{cm} = \overline{CE}$, $\overline{BF} = 8 - 3 = 5 = \overline{BD}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 5 + 3 = 8(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



㉠ $\angle \mathrm{ABC} + \angle \mathrm{BCD} = 180\,°$
㉡ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$
㉢ $\angle \mathrm{ADB} = \angle \mathrm{ACB}$
㉣ $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$
㉤ $\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{ACD}$

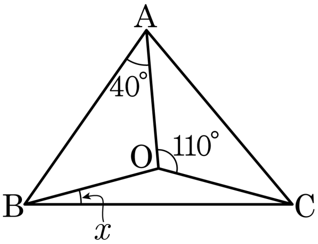
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\angle \mathrm{ADB} = \angle \mathrm{CBD}$

10. 다음 $\triangle$ ABC 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

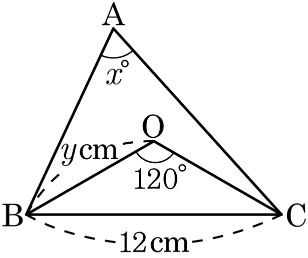


① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA = 180°$
, $\angle OCA = 35°$
$\angle OAB + \angle OCA + \angle x = 90°$, $\angle x = 90° - 40° - 35° = 15°$

11. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm, $\overline{BC} = 12cm$ 일 때, $\angle BAC$ 는 $x°$ 이고, $\overline{OB}$ 는 $y$cm 이라고 한다. $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, 단위 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

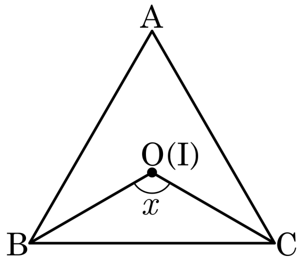
$$\angle BAC = \frac{\angle BOC}{2} = \frac{120°}{2} = 60°$$ 이므로 $x = 60°$

$\overline{OB} = \overline{OC}$, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm

$\overline{OC} + \overline{OB} + \overline{BC} = y + y + 12 = 26$

$y = 7,\ x + y = 67$

12. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때에 $\triangle ABC$ 는 (　　) 이고, $\angle BOC = (\quad)^\circ$ 이다.

① 직각삼각형, 90　　② 직각삼각형, 120

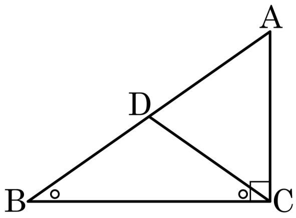
③ 이등변삼각형, 60　　④ 정삼각형, 90

⑤ 정삼각형, 120

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
$\angle A = 60^\circ$ 이고, 점 O 가 외심일 때, $2\angle A = \angle BOC$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.
따라서 $x = 120^\circ$ 이다.

13. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 써 넣은 것은?



> $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 $\boxed{\qquad}$이다.
> 따라서 $\overline{BD} = \boxed{\quad}$ 이다.
> 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로
> $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
> $\angle ACD + \boxed{\qquad} = \angle ABC$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
> $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
> 그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \boxed{\qquad}$ 이다.
> 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
> $\therefore \overline{BD} = \boxed{\qquad} = \overline{AD}$ 이다.

① 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BC}$

② 이등변삼각형, $\overline{CD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{CD}$

③ 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle ACD$, $\angle ACD$, $\overline{AC}$

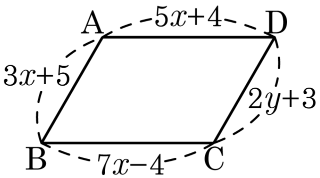
④ 직각삼각형, $\overline{CD}$, $\angle ACD$, $\angle BCD$, $\overline{AC}$

⑤ 직각삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{BC}$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

14. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 정하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 7$

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$5x + 4 = 7x - 4$, $2x = 8$ $\therefore x = 4$

$3x + 5 = 2y + 3$

$12 + 5 = 2y + 3$, $2y = 14$ $\therefore y = 7$