

1. 이차함수 $f(x) = x^2 + 3x - 1$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $f(0) = 0$

② $f(-1) = 3$

③ $f(1) = 3$

④ $f(2) = 5$

⑤ $f(-2) = 4$

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 \times 1 - 1 = 3$$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은?

① $y = -4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = -\frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = -2x^2$

해설

아래로 볼록하려면 (x^2 의 계수) > 0 이므로 $y = \frac{1}{3}x^2$

3. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 포물선의 폭이 좁은 순서대로 나열하여라.

보기

㉠ $y = 3x^2$

㉡ $y = -\frac{5}{3}x^2$

㉢ $y = \frac{5}{2}x^2$

㉣ $y = -\frac{1}{5}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

기울기의 절댓값이 클수록 포물선의 폭이 좁다.

$\frac{1}{5} < \frac{5}{3} < \frac{5}{2} < 3$ 이므로 ㉠, ㉢, ㉡, ㉣ 순으로 폭이 좁다.

4. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 y 의 값의 범위는?

① $y \geq 1$

② $y \leq 1$

③ $y \geq -2$

④ $y \leq -2$

⑤ $y \geq 0$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.

5. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 $(1, k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 12

⑤ 27

해설

$$y = 3(x + 2)^2$$

$(1, k)$ 를 대입하면 $k = 27$ 이다.

6. 이차함수 $y = 3(x-1)^2 - 3$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프이다. a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 3(x-a)^2 + b$ 이므로 $a = 1, b = -3$ 이다.

7. 다음 안을 알맞게 채워라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 성립하기 위한 조건은 이다.

다

음 중 알맞은 것을 고르면?

① $\frac{a}{c} < 0$

② $b > 0$

③ $a \neq 0$

④ $ab > 0$

⑤ $a > 0$

해설

$a = 0$ 이면 $y = 0 \times x^2 + bx + c$ 로 곧 일차함수 $y = bx + c$ 가 된다.

8. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3$ 을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 고칠 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 3 = 2(x^2 - 4x) + 3 \\&= 2(x - 2)^2 - 8 + 3 \\&= 2(x - 2)^2 - 5\end{aligned}$$

$$a = 2, p = -2, q = -5$$

$$\therefore a + p + q = 2 + (-2) + (-5) = -5$$

9. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -(x - 1)^2 + 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

최고차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁으며, 음수이면 위로 볼록하다.

10. $y = (k + 1)(k - 2)x^2 - 5x + 3$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ 1

㉡ 2

㉢ 3

㉣ -1

㉤ -2

㉥ -3

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $(k + 1)(k - 2) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 2$ 이다.

11. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x + 1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

④ $y = -3(x - 2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

12. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

최댓값 $m = 12$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

13. 다음 보기 중에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = 2x(x - 1)$

㉡ $y = \frac{x}{3} - 4$

㉢ $y = -3x^2 + 7$

㉣ $y = 2x^3 + x^2 - 5$

㉤ $y = \frac{5}{x^2}$

㉥ $y = \frac{x^2 + 2}{3}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉡, ㉣, ㉤

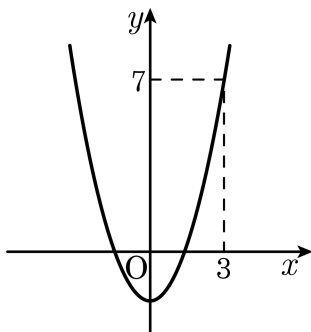
④ ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a \neq 0$ 이면 이차함수
이차함수인 것은 ② ㉠, ㉢, ㉥이다.

14. 이차함수 $y = ax^2 - 2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 그래프 위의 점을 모두 골라라. (단, a 는 상수이다.)



㉠ $(0, 2)$

㉡ $\left(\frac{1}{4}, -\frac{7}{3}\right)$

㉢ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{4}\right)$

㉤ $(-3, 7)$

㉥ $\left(\frac{2}{3}, \frac{14}{9}\right)$

㉦ $(-1, -1)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉤

해설

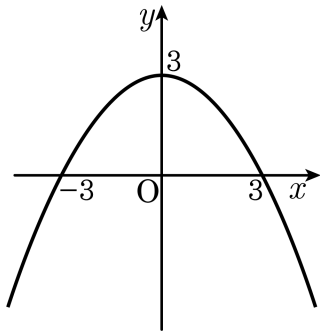
점 $(3, 7)$ 을 $y = ax^2 - 2$ 가 지나므로 $7 = 9a - 2, a = 1$ 이다.
 $y = x^2 - 2$ 이다.

㉠ $x = 0$ 일 때, $y = 0 - 2 = -2$ 이다.

㉡ $x = \frac{1}{4}$ 일 때, $y = \frac{1}{16} - 2 = -\frac{31}{16}$ 이다.

㉤ $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $y = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9}$ 이다.

15. 다음의 그림과 같은 이차함수의 그래프의 식은?



① $y = -\frac{1}{3}x^2 - 3$

② $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$

④ $y = \frac{1}{3}x^2 + 3$

⑤ $y = -x^2 + 3$

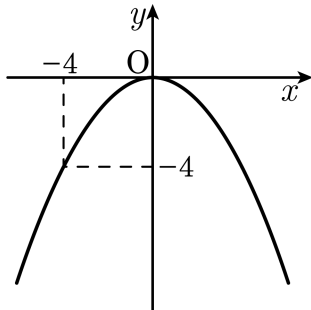
해설

$y = ax^2 + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 9a + 3, a = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$$

16. 다음 그림의 이차함수의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식은?



① $y = -3x^2$

② $y = \frac{1}{4}x^2$

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에 $(-4, -4)$ 를 대입하면 $a = -\frac{1}{4}$

따라서 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = \frac{1}{4}x^2$ 이다.

17. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중에서 옳지 않은 것은?

① 원점 $(0, 0)$ 을 지난다.

② 직선 $x = 0$ 을 축으로 하고, 위로 볼록한 포물선이다.

③ 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.

④ $y = -2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

② $x = 0$ 을 축으로 하고, 아래로 볼록한 포물선이다.

18. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고 아래로 볼록하며 축의 방정식이 $x = -3$ 이고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x + 3)^2$

④ $y = -2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

x^2 의 계수는 모양을 결정하고 볼록한 방향은 x 의 계수의 부호를 결정하며 축의 방정식은 평행이동한 정도를 나타내고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 것은 y 축의 방향으로 평행이동하지 않았다는 의미이다.

따라서 $y = 2(x + 3)^2$ 이다.

19. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행 이동시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. 이 때, m 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = 2(x - 1)^2$ 의 그래프가 점 $(3, m)$ 을 지나므로
 $m = 2(3 - 1)^2, m = 8$

20. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

㉠ $y = 3x^2 + 2$

㉡ $y = 2(x - 1)^2$

㉢ $y = 2x^2$

㉣ $y = -3x^2 - 2$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

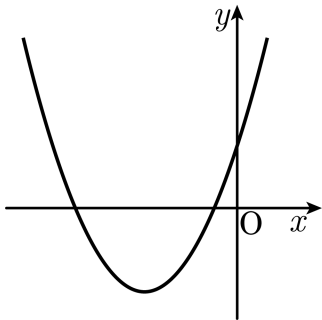
④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

21. 다음 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호를 각각 구하면?



- ① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a > 0, p > 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q < 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q < 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.

또한, 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고 제3 사분면에 있으므로 $p < 0, q < 0$ 이다.

따라서 $a > 0, p < 0, q < 0$ 이다.

22. 이차함수 $y = x^2 - 3x + 5$ 의 그래프는 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{33}{8}$

해설

$$y = x^2 - 3x + 5$$

$$y = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = \frac{11}{4}$$

$$\therefore ab = \frac{33}{8}$$

23. 다음 보기의 이차함수 중 그래프가 아래로 볼록한 것을 모두 구하여라.

보기

㉠ $y = 7x^2 + 5$

㉡ $y = -3x^2 + x + 1$

㉢ $y = (2x - 1)(x + 3)$

㉣ $y = -2(x - 2)^2 + 3$

㉤ $y = \frac{1}{5}x^2$

㉥ $y = 5(x + 3)(x - 1)$

㉦ $y = -x^2 + 4x - 3$

㉧ $y = 2(x - 1)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉧

해설

x^2 의 계수인 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이 된다.

24. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$

② $x > -1$

③ $x < 1$

④ $x > 1$

⑤ $x > 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

25. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

26. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $a < 3$

③ $a > 3$

④ $a < 0$

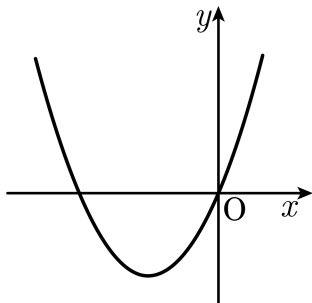
⑤ $0 < a < 3$

해설

$$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3, \text{ 꼭짓점의 좌표가 } (a, -a + 3)$$

$\therefore a < 0, -a + 3 > 0$ 즉, $a < 0, a < 3$ 이므로 $a < 0$ 이다.

27. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 원점을 지날 때, a, b, c 의 부호로 옳은 것은?



- ① $a > 0, b > 0, c = 0$ ② $a > 0, b < 0, c > 0$
③ $a < 0, b = 0, c > 0$ ④ $a < 0, b < 0, c > 0$
⑤ $a < 0, b < 0, c = 0$

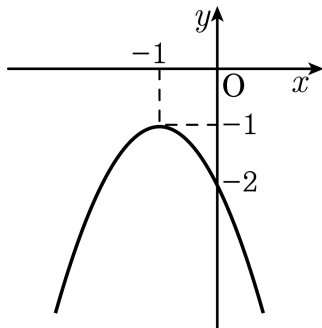
해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b > 0$

y 축과 만나는 점이 원점쪽에 위치하므로 $c = 0$

28. 다음 포물선의 함수식을 바르게 나타낸 것은?



① $y = -(x + 1)^2 - 1$

② $y = -(x - 1)^2 - 1$

③ $y = -2(x + 1)^2 - 2$

④ $y = -2(x - 1)^2 - 1$

⑤ $y = -2(x + 1)^2 - 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -1)$ 이고, 지나는 점은 $(0, -2)$ 이므로 $y = a(x + 1)^2 - 1$ 에서 지나는 점 $(0, -2)$ 를 대입하면 $-2 = a(0 + 1)^2 - 1$, $a = -1$ 이다.

따라서 $y = -(x + 1)^2 - 1$ 이 된다.

29. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고 두 점 $(-1, 6)$, $(1, 2)$ 를 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + q$$

점 $(-1, 6)$ 과 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$6 = q, 2 = 4a + q$$

$$\therefore a = -1, q = 6$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6$$

$$\text{따라서 } y = -x^2 - 2x + 5$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = 5$$

$$\therefore abc = 10$$

30. $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이고 두 점 $(2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -x^2 - 2$

② $y = -x^2 - 3x - 6$

③ $y = -x^2 + 6x - 8$

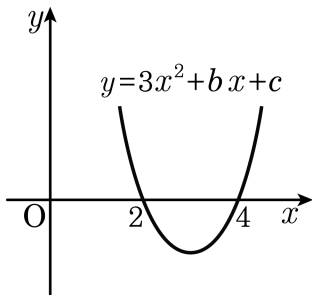
④ $y = x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 - 6x + 8$

해설

$$y = -(x-2)(x-4) = -x^2 + 6x - 8$$

31. 다음 그림은 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, b , c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -18$

▷ 정답 : $c = 24$

해설

(2, 0) 을 대입하면 $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$

(4, 0) 을 대입하면 $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$

두 식을 연립하여 풀면 $b = -18$, $c = 24$

32. 이차함수 $y = 4x^2 - 24x + 10$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$\begin{aligned}y &= 4x^2 - 24x + 10 \\&= 4(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10 \\&= 4(x - 3)^2 - 26 \\ \therefore a &= 3, b = -26 \\ \therefore a - b &= 3 - (-26) = 29\end{aligned}$$

33. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

34. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11

② 21

③ 25

④ 81

⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

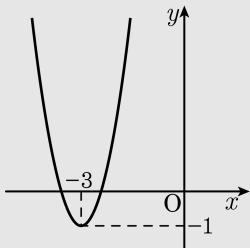
35. 이차함수 $y = 3(x + 3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



36. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 2), (1, b+5), (-1, 4a-1)$ 을 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$$a = 3, b = -6, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 6 + 2 = -1$$

37. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?

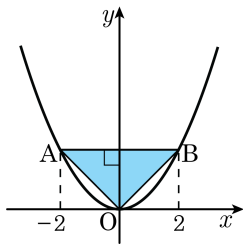
① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10



해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,

$x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

38. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 2.5

④ 3

⑤ 3.5

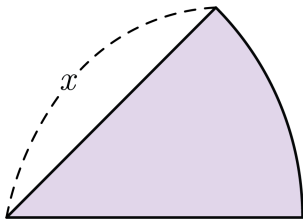
해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

39. 둘레의 길이가 12 인 부채꼴에서 반지름의 길이를 x 라 하고, 부채꼴의 넓이를 y 라 할 때, 부채꼴의 넓이를 최대가 되게 할 때, 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

부채꼴의 넓이를 y , 반지름의 길이를 x 라 하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (12 - 2x) \\ &= x(6 - x) \\ &= -x^2 + 6x \\ &= -(x^2 - 6x + 9 - 9) \\ &= -(x - 3)^2 + 9 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $(3, 9)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 3$ 일 때, 부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 9를 가진다.

40. 지면으로부터 초속 20m 로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 20 m

해설

$y = -5x^2 + 20x$ 에서 $y = -5(x - 2)^2 + 20$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 20m 이다.