

1. 다음 보기에 주어진 수를  $x$ 라 할 때,  $\sqrt{x}$ 가 허수가 되는  $x$ 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

① 1 개

② 3 개

③ 5 개

④ 7 개

⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$ 가 허수가 되는  $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

2.  $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2, -\sqrt{2}, 2i, -2i,$   
 $3i, -3i, 1-i, 1+i$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉  $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$  4개,

$2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로

(실수) $^2 \geq 0$ ,  $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

3. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = -\sqrt{-6}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = 3i$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 2\sqrt{3}i$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \frac{4}{\sqrt{-4}} = -2i$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{10}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = 6$$

① ㉠,㉡

② ㉢,㉣

③ ㉠,㉣,㉤

④ ㉣,㉥

⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉥

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \times \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} = -3i$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 3\sqrt{3}i - \sqrt{3}i = 2\sqrt{3}i$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \frac{4}{\sqrt{-4}} = \frac{4}{2i} = -2i$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2}i \times \sqrt{5} = \sqrt{10}i$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = \sqrt{9} + (\sqrt{3}i)^2 = 0$$

4.  $\frac{1}{\sqrt{-2} - \sqrt{-1}}$  의 값은 ?

①  $1 - \sqrt{2}$

②  $-1 - \sqrt{2}$

③  $(1 + \sqrt{2})i$

④  $-(1 + \sqrt{2})i$

⑤  $(1 - \sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-2} - \sqrt{-1}} &= \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{1}{i} \\ &= (\sqrt{2} + 1) \times (-i) \\ &= -(1 + \sqrt{2})i\end{aligned}$$

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $-2$ 의 제곱근은  $\sqrt{2}i$ 와  $-\sqrt{2}i$ 이다.

②  $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = -\sqrt{(-2)(-3)}$

③  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}i$

④  $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤  $-\sqrt{-16} = -4i$

해설

③  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2i} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$

6.  $\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} = a + bi$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 실수,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 15

② 25

③ 35

④ 45

⑤ 55

해설

$$\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$$

$$= 2\sqrt{3}i - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}i$$

$$= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}i$$

$$= a + bi$$

$$\text{따라서, } a = -3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 18 + 27 = 45$$



8.  $\sqrt{-x^2(x^2 - 1)^2}$ 이 실수가 되는 서로 다른 실수  $x$ 들의 총합은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2(x^2 - 1)^2} &= \sqrt{x^2(x^2 - 1)^2}i \\ &= \sqrt{x^2} \sqrt{(x^2 - 1)^2}i \\ &= |x| \cdot |x^2 - 1| i \\ &= |x| \cdot |x + 1| |x - 1| i\end{aligned}$$

그러므로  $x = 0, 1, -1$ 일 때 총합은 0이 된다.

9. 임의의 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $(x+yi)(1+2i) + (xi-y)(-1-i) - (y+i)$ 가 실수일 때, 좌표평면에서 점  $(x, y)$ 로 표현되는 도형과  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

- ① 2                      ② 1                      ③  $\frac{1}{2}$                       ④  $\frac{1}{4}$                       ⑤  $\frac{1}{6}$

해설

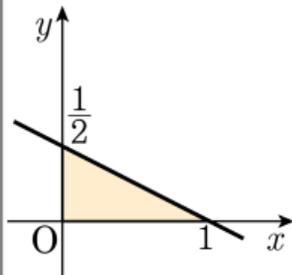
$$(\text{준식}) = (2x - 2y) + (x + 2y - 1)i = 0$$

$$\therefore x + 2y - 1 = 0,$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

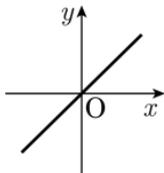
$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{넓이} = \frac{1}{4}$$

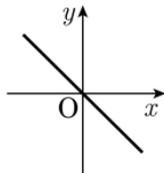


10.  $(3 + 2i)z$ 가 실수가 되도록 하는 복소수  $z = x + yi$ 를 점  $(x, y)$ 로 나타낼 때, 점  $(x, y)$ 는 어떤 도형 위를 움직이는가? (단,  $x, y$ 는 실수)

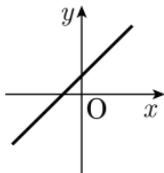
①



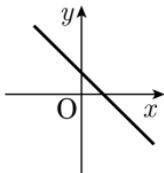
②



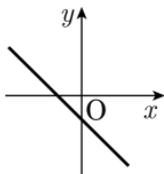
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned}(3 + 2i)(x + yi) &= 3x + 3yi + 2xi - 2y \\ &= (3x - 2y) + (2x + 3y)i\end{aligned}$$

주어진 식이 실수가 되려면 허수부가 0이어야 하므로  $2x + 3y = 0$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}x$$

따라서 기울기가 음수이고  $y$ 절편이 0인 그래프는 ②이다.

11. 복소수  $z = x + yi$ 를 좌표평면 위에 점  $p(x, y)$ 에 대응시킬 때,  $(3 - 4i)z$ 가 실수가 되게 하는 점  $p$ 의 자취가 나타내는 도형은?

- ① 기울기가 양인 직선                      ② 기울기가 음인 직선  
③ 위로 볼록한 포물선                      ④ 아래로 볼록한 포물선  
⑤ 원

해설

$$\begin{aligned}(3 - 4i)z &= (3 - 4i)(x + yi) \\ &= (3x + 4y) + (-4x + 3y)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부  $-4x + 3y = 0$ 이다.

$$\therefore y = \frac{4}{3}x \quad (\Rightarrow \text{기울기가 양인 직선})$$

12. 복소수  $z = (1 + i)x^2 + x - (2 + i)$ 가 0이 아닌 실수가 되도록 실수  $x$ 의 값을 구하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① -1

② 1

③ 1

④ 2

⑤ 2

### 해설

복소수  $z$ 를  $a + bi$  ( $a, b$ 는 실수)의 꼴로 정리하면

$$z = (x^2 + x - 2) + (x^2 - 1)i$$

이것이 실수가 되려면 허수부분이 0이 되어야 한다.

$$\text{즉, } x^2 - 1 = 0, x = \pm 1$$

한편,  $x = 1$ 이면  $z = 0 + 0i = 0$ 이므로

$z \neq 0$ 라는 조건에 맞지 않는다.

$$\therefore x = -1$$

13. 실수가 아닌 복소수  $z$  에 대하여  $\frac{z}{1+z^2}$  가 실수이기 위한 조건은?  
(단,  $z \neq \pm i$  이고  $\bar{z}$  는  $z$  의 켈레복소수이다.)

①  $z \cdot \bar{z} = 1$

②  $z + \bar{z} = 0$

③  $z + \bar{z} = 1$

④  $z + \bar{z} = -1$

⑤  $(z+1)(\bar{z}+1) = 1$

해설

$\frac{z}{1+z^2}$  가 실수이면

$$\frac{z}{1+z^2} = \overline{\left(\frac{z}{1+z^2}\right)} = \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2}$$

$$\frac{z}{1+z^2} - \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2} = 0$$

$$\frac{z(1+\bar{z}^2) - \bar{z}(1+z^2)}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z}) - z\bar{z}(z-\bar{z})}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z})(1-z\bar{z})}{(1+z)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

(분모)  $\neq 0$  이므로

$$(분자) = (z-\bar{z})(1-z\bar{z}) = 0$$

$z$  가 실수가 아니므로  $z \neq \bar{z}$

$$\therefore z\bar{z} = 1$$

14.  $z = (1 + i)x^2 + (2 - i)x - 8 - 2i$ 에 대하여  $z^2 < 0$ 을 만족하는 실수  $x$ 의 값을 구하면?(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$$z = (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i$$

$$= (x - 2)(x + 4) + (x + 1)(x - 2)i$$

그런데,  $z^2 < 0$ 에서  $z$ 는 순허수이므로

$$\therefore x = -4$$

15.  $x$ 가 실수일 때, 복소수  $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제공하면 음의 실수가 된다. 이 때,  $x$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(준식) = (x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$$

$i$ 가 순허수이어야 제공하면 음이 된다.

$$\therefore x^2 + 4x + 3 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = -3 \cdots \text{㉠}$$

$$x \neq 1 \text{ 그리고 } x \neq -3 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서  $x = -1$ 이다.

16. 복소수  $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의  $x$ 값과 순허수일 때의  $x$ 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

### 해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는  $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x+1)(x+3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{ 이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

17.  $a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i$ 가 순허수가 되도록 실수  $a$ 의 값을 구하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i \\ &= (a^2 + 2a - 8) + i(a^2 + a - 6) \\ &= (a+4)(a-2) + i(a+3)(a-2) \end{aligned}$$

만약에  $a = 2$ 가 되면 실수가 된다.  
 $a \neq 2, \therefore a = -4$

18. 복소수  $(1 + 2i)x - (2 + i)y + i$ 를 제공하였더니  $-9$ 가 되었다. 이 때,  $x + y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$  이고  $x, y$ 는 실수이다.)

- ① 2 또는  $-4$       ② 2 또는  $-3$       ③  $-1$  또는 3  
④  $-1$  또는  $-3$       ⑤  $-1$  또는  $-2$

해설

$$z = (x - 2y) + (2x - y + 1)i$$

$$z^2 = -9$$

즉,  $z$ 는 순허수이다.

$$\therefore x - 2y = 0, (2x - y + 1)^2 = 9$$

$x = 2y$  와  $2x - y + 1 = \pm 3$ 을 연립하여 풀면

$$y = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3} \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$\therefore x + y = 2$  또는  $-4$  이다.

19. 복소수  $z = (1 + i)x + 1 - 2i$ 에 대하여  $z^2$ 이 음의 실수일 때, 실수  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $x = -1$

해설

$$z = (1 + i)x + 1 - 2i = (x + 1) + (x - 2)i$$

$z^2$ 의 음의실수  $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x + 1 = 0, \quad x = -1$$

20. 복소수  $(1 - xi)(1 - i)$ 가 순허수가 되도록 실수  $x$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 1$

해설

$$(1 - xi)(1 - i) = (1 - x) + (-1 - x)i$$

순허수이려면 실수부가  $0 \Rightarrow 1 - x = 0,$

$$x = 1$$

21. 복소수  $a^2(1+i) + a(3+2i) + 2$ 를 제공하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수  $a$ 의 값을 구하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

(준식)  $= (a^2 + 3a + 2) + (a^2 + 2a)i \Rightarrow$  순허수

즉,  $a^2 + 3a + 2 = 0$

$a^2 + 2a \neq 0$ 이므로  $\therefore a = -1$

22. 복소수  $z = (1+i)x^2 + (5+2i)x + 3(2-i)$  에서  $z$ 가 순허수일 때, 실수  $x$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$z = (x^2 + 5x + 6) + (x^2 + 2x - 3)i$$

$$= (x+2)(x+3) + (x-1)(x+3)i$$

순허수가 되려면 실수부=0, 허수부 $\neq$ 0

$$\therefore x = -2$$

23. 복소수  $(1 + i)x^2 + 2(2 + i)x + 3 - 3i$ 를 제공하면 음의 실수가 된다.  
이 때, 실수  $x$ 의 값은?  
(단,  $i^2 = -1$ )

- ① -1      ② 1      ③ -3      ④ 3      ⑤ 7

해설

$(x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$ 가 순허수이어야 하므로

$$x^2 + 4x + 3 = 0, \quad x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

$$(x + 3)(x + 1) = 0, \quad x = -1, \quad x = -3$$

$$(x + 3)(x - 1) \neq 0, \quad x \neq 1, \quad x \neq -3$$

$$\therefore x = -1$$

24. 실수  $k$  에 대하여 복소수  $z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$  의 값이 순허수가 될 때,  $z \cdot \bar{z}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$  를 정리하면

$$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3 + 2k)i$$

이것이 순허수이려면  $3k = 0$ ,  $3 + 2k \neq 0$

$$k = 0 \text{ 이므로 } z = 3i, \bar{z} = -3i$$

$$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$$

25.  $|x - y| + (y - 2)i = 5x - 2 - 3xi$ 를 만족하는 실수를  $x, y$ 라 할 때,  $\frac{x}{y}$ 의 값은? (단,  $i^2 = -1$ )

①  $\frac{3}{2}$

②  $\frac{2}{3}$

③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{3}{4}$

해설

(i)  $x \geq y$ 일 때,

$$(x - y) + (y - 2)i = 5x - 2 - 3xi$$

$$x - y = 5x - 2, \quad y - 2 = -3x$$

$\therefore x = 0, y = 2$  ( $x < y$ 이므로 부적합)

(ii)  $x < y$ 일 때.

$$-(x - y) + (y - 2)i = 5x - 2 - 3xi$$

$$-x + y = 5x - 2, \quad y - 2 = -3x$$

$$\therefore x = \frac{4}{9}, \quad y = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$$

26. 등식  $(x + yi)(z - i) = 10$ 을 만족하는 자연수  $x, y, z$ 의 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수를 구하여라. (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답:            개

▷ 정답: 3개

### 해설

$$(xz + y) + (yz - x)i = 10$$

$$xz + y = 10 \cdots \textcircled{㉠}, yz - x = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을㉠에 대입

$$y(z^2 + 1) = 10$$

$z$ 를 기준으로 하여 순서쌍을 구해보면

$(5, 5, 1), (4, 2, 2), (3, 1, 3)$  3개

27. 등식  $(x^2 - 3x + 1) + (y^2 - 1)i = -1 + 3i$ 을 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $xy$ 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

실수부와 허수부로 나누어 생각한다.

$$\therefore x^2 - 3x + 1 = -1 \quad y^2 - 1 = 3$$

$$x = 1 \text{ 또는 } 2 \quad y = \pm 2$$

$$\therefore (xy \text{의 최댓값}) = 4$$

28.  $\sqrt{(y-x)^2} + (y-1)i = -2x - 3i$  를 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여  $\frac{x}{y}$  의 값은?

①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{1}{5}$

⑤  $\frac{1}{6}$

해설

$$|y-x| + (y-1)i = -2x - 3i$$

$$|y-x| = -2x$$

$$y-1 = -3 \quad \therefore y = -2$$

(i)  $y \geq x$  일 때

$$y-x = -2x, y = -x, x = 2 \text{ (모순)}$$

(ii)  $y < x$  일 때

$$x-y = -2x, y = 3x$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ (성립)}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$$

29.  $x, y$ 가 양의 실수이고,  $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$ 일 때,  $x + y$ 의 값을 구하여라.(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.

$$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$$

$$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$xy - 2 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$$

$$\therefore x + y = 3 \quad (\because x, y \text{ 는 양의 실수})$$

30. 다음 등식을 만족시키는 실수  $x, y$ 를 구할 때,  $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.

$$(1 - 2xi)(2 - yi) = 6 - 2i \quad (\text{단, } x > 0)$$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$(2 - 2xy) - (4x + y)i = 6 - 2i$$

$$2 - 2xy = 6, \quad 4x + y = 2$$

연립하여  $x$ 에 대해 정리하면

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$(x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1(x > 0), \quad y = -2$$

31. 실수  $x, y$  대하여  $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때,  $2x+y$ 의 값은?

① 8

② 7

③ 5

④ 4

⑤  $\frac{9}{5}$

해설

$$\frac{(1-i)x + (1+i)y}{(1+i)(1-i)} = 2-i$$

$$\frac{(x+y) - (x-y)i}{2} = 2-i$$

$$(x+y) - (x-y)i = 4-2i$$

복소수의 상등에 의해서

$$x+y = 4 \cdots \textcircled{㉠}, \quad x-y = 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } x=3, y=1 \quad \therefore 2x+y=7$$

32. 실수  $x, y$  에 대하여  $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2 - i$  가 성립할 때,  $2x + y$  의 값은?

① 8

② 7

③ 5

④ 4

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} &= \frac{x(1-i) + y(1+i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2} = 2 - i \text{ 이므로,}$$

복소수의 상등에서  $x + y = 4$ ,  $-x + y = -2$

이것을 풀면  $x = 3$ ,  $y = 1$

따라서,  $2x + y = 2 \times 3 + 1 = 7$

33. 복소수  $z = 1 + 4i$ 일 때,  $\overline{x(2-i) + y(1-i)} = \bar{z}$ 가 성립하도록 하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값은? (단,  $\bar{z}$ 는 복소수  $z$ 의 켤레복소수이고,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 0

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

### 해설

$z = 1 + 4i$ 이므로  $\bar{z} = 1 - 4i$ 이다.

주어진 등식의 좌변을 정리하면

$$\begin{aligned}\overline{x(2-i) + y(1-i)} &= \bar{x}\overline{(2-i)} + \bar{y}\overline{(1-i)} \\ &= x(2+i) + y(1-i)\end{aligned}$$

$$\therefore x(2+i) + y(1-i) = 1 - 4i$$

$$(2x + y) + (x - y)i = 1 - 4i$$

복소수가 서로 같을 조건에서

$$2x + y = 1, x - y = -4$$

위 두 식을 연립하여 풀면  $x = -1, y = 3$

$$\therefore x + y = 2$$

34.  $(i-1)x^2 - 3(a+i)x + (5+2i) = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수  $a$ 의 값을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha - \beta$ 의 값을 구하면( $\alpha > \beta$ ) ?

①  $\frac{7}{6}$

②  $\frac{4}{3}$

③  $\frac{3}{2}$

④  $\frac{5}{3}$

⑤  $\frac{11}{6}$

해설

$$(i-1)x^2 - 3(a+i)x + (5+2i) = 0$$

$$(-x^2 - 3ax + 5) + (x^2 - 3x + 2)i = 0$$

$$-x^2 - 3ax + 5 = 0 \cdots \text{㉑}$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \cdots \text{㉒}$$

㉒을 인수분해하면,

$$(x-1)(x-2) = 0, \therefore x = 1, 2$$

㉑에 대입하면,

$$x = 1 \text{ 일 때, } -1 - 3a + 5 = 0, \therefore a = \frac{4}{3}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } -4 - 6a + 5 = 0, \therefore a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \alpha = \frac{4}{3}, \beta = \frac{1}{6} (\because \alpha > \beta)$$

$$\therefore \alpha - \beta = \frac{4}{3} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$$

35.  $n$  개의 수  $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$  는  $1, -1, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$  중에서 하나의 값을 가진다고 한다. 보기  $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 0, a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = 0$  이라고 할 때, 다음 중  $n$  의 값이 될 수 있는 것은?

① 300

② 303

③ 305

④ 308

⑤ 310

해설

$a_1, a_2, \cdots, a_n$  중 1이  $a$  개,  $-1$  이  $b$  개,  $\sqrt{2}i$  가  $c$  개,  $-\sqrt{2}i$  가  $d$  개 있다고 하면,  $a, b, c, d$  는 음이 아닌 정수

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

$$= 1 \times a + (-1) \times b + (\sqrt{2}i) \times c + (-\sqrt{2}i) \times d$$

$$= a - b + \sqrt{2}i(c - d) = 0$$

$a, b, c, d$  는 실수이므로  $a - b, c - d$  도 실수

복소수의 상등에 의해  $a = b, c = d \cdots$  ①

$$a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2$$

$$= 1^2 \times a + (-1)^2 \times b + (\sqrt{2}i)^2 \times c + (-\sqrt{2}i)^2 \times d$$

$$= a + b - 2c - 2d = (a + b) - 2(c + d) = 0$$

$$a + b = 2(c + d)$$

$$2a = 4c(\because \text{①})$$

$$\therefore a = 2c$$

$$\therefore a : b : c : d = 1 : 1 : 2 : 2$$

$$\therefore n = a + b + c + d = 6a, n \text{ 은 } 6 \text{ 의 배수}$$

36.  $i(x+i)^3$ 이 실수일 때, 실수  $x$ 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 0

②  $\sqrt{3}$

③  $-\sqrt{3}$

④ 1

⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}i(x+i)^3 &= i(x^3 + 3x^2i - 3x - i) \\ &= (-3x^2 + 1) + (x^3 - 3x)i\end{aligned}$$

실수가 되기 위해서는 허수부가 0

$$\therefore x^3 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 3) = 0$$

$$\therefore x = 0, \pm\sqrt{3}$$

37.  $x$ 에 관한 이차방정식  $a(1-i)x^2 + (3+2ai)x + (2a+3i) = 0$ 이 실근을 갖기 위한 실수  $a$ 의 값을 구하면?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$a(1-i)x^2 + (3+2ai)x + (2a+3i) = 0$ 의 실근 조건은 복소수 계수 이차방정식이므로 판별식을 쓸 수 없다. 근이 실수라는 것은  $x$ 가 실수임을 뜻하므로 복소수의 상등정리에서

$$(ax^2 + 3x + 2a) + (-ax^2 + 2ax + 3)i = 0 \text{ 이어야 하므로}$$

$$ax^2 + 3x + 2a = 0 \dots\dots \textcircled{\Gamma}$$

$$-ax^2 + 2ax + 3 = 0 \dots\dots \textcircled{\text{L}}$$

$\textcircled{\Gamma} + \textcircled{\text{L}}$  하면

$$(2a+3)x + (2a+3) = 0, (2a+3)(x+1) = 0$$

$$2a+3 = 0 \text{ 또는 } x+1 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

i)  $a = -\frac{3}{2}$  일 때

$$\textcircled{\Gamma}\text{식에서 } -\frac{3}{2}x^2 + 3x - 3 = 0, x^2 - 2x + 2 = 0$$

이므로 허근을 가진다.  $\therefore a \neq -\frac{3}{2}$

ii)  $x = -1$  일 때  $\textcircled{\Gamma}$ 에 대입하면,

$$a - 3 + 2a = 0, 3a = 3 \quad \therefore a = 1$$