

1. 다항식 $2xy^2 + x^2y - 3x + x^3 - 1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① x 에 대한 삼차식이다.

② y 에 대한 이차식이다.

③ x^2 의 계수는 y 이다.

④ x 의 계수는 $2y^2 - 3$ 이다.

⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항: $x^3 - 3x - 1$

2. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + 3B = 2x^2 - 7x - 1$, $B - A = 2x^2 - 5x - 7$ 일 때, $A + B$ 는?

① $-x + 3$

② $x - 3$

③ $x^2 + x + 3$

④ $x^2 - x - 3$

⑤ $x^2 - x + 3$

해설

$$A = -x^2 + 2x + 5, B = x^2 - 3x - 2$$

$$A + B = (-x^2 + 2x + 5) + (x^2 - 3x - 2) = -x + 3$$

해설

$$\begin{cases} A + 3B = 2x^2 - 7x - 1 \\ B - A = 2x^2 - 5x - 7 \end{cases}$$

3. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ 를 $3x - 1$ 로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

② 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 2

③ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 3

④ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 2

⑤ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$$f(x) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$\therefore$ 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

4. $(a - b + c)(a - b - c)$ 를 전개하면?

① $-a^2 + b^2 - c^2 + 2ca$

② $a^2 - b^2 + c^2 + 2ab$

③ $a^2 + b^2 + c^2 + abc$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a - b - c) \\ &= \{(a - b) + c\}\{(a - b) - c\} \\ &= (a - b)^2 - c^2 \\ &= a^2 + b^2 - c^2 - 2ab \end{aligned}$$

5. $x + y + z = 3$, $xy + yz + zx = -1$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하면?

①

11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + xz) \\&= 9 + 2 = 11\end{aligned}$$

6. 등식 $a(x+1)^2 + b(x+1) + cx^2 = 3x - 1$ 가 모든 x 의 값에 대하여 항상 성립할 때 상수 a, b, c 에 대하여 $\frac{a}{c} + b$ 의 값을 구하면?

① -6

② -5

③ -4

④ -2

⑤ -1

해설

좌변을 전개해서 계수비교하면

$$(a+c)x^2 + (2a+b)x + a+b = 3x - 1$$

$$\therefore a+c=0, 2a+b=3, a+b=-1$$

$$\therefore a=4, b=-5, c=-4$$

$$\therefore \frac{a}{c} + b = -6$$

7. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a + 2b + 3c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + 2b + 3c = 5$$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$

② $f(-2)$

③ $f(2) + Q(2)$

④ $Q(2)$

⑤ $Q(-2)$

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + R$$

$$\therefore f(2) = R$$

9. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$

② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$

④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2$$

$$= (3A + 2)(A - 1)$$

$$= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$$

10. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x-3)$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$

② $(x-2)^2$

③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$

⑤ $(x+3)^2$

해설

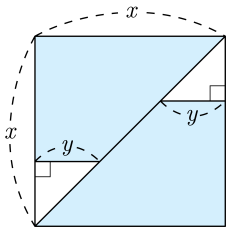
조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$$

$$\therefore \text{□} = (x+2)^2$$

11. 다음 그림은 한변의 길이가 x 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 관한 식으로 나타내어라.



① $xy - y^2$

② $x^2 - y^2$

③ $x^2 - y$

④ $\frac{xy - y^2}{2}$

⑤ $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

12. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③ $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

13. $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서 x^3 의 계수는?

① 31

② 33

③ 35

④ 37

⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

14. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2$, $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

15. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $13 = Q(1) + R$

$$\therefore Q(1) + R = 13$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

16. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b\end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

17. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ 을 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 a 의 값을 정하면?

① -2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ -10

해설

$$f(1) = 1 + a + 3 = 0, a = -4$$

18. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$

② $a - b^2$

③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

19. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은

$$\begin{aligned} & x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2 \\ &= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2 \end{aligned}$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, \quad p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, \quad q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, \quad b = q^2 = 9$$

20. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$$2x^2 - 3x + 1, \quad 3x^2 - x - 2, \quad x^2 + 3x - 4$$

① $x - 1$

② $2x - 1$

③ $x - 2$

④ $x + 3$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$$

$$3x^2 - x - 2 = (3x + 2)(x - 1)$$

$$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$$

따라서 최대 공약수는 $x - 1$ 이다.

21. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\text{㉣ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{결합법칙}$$

22. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

23. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32} - 1$

② $2^{32} + 1$

③ $2^{31} - 1$

④ $2^{31} + 1$

⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 식은 성립하므로

$$P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= \vdots$$

$$= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$$

$$= 2^{32} - 1$$

24. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$$a - b = 2004 - 2001 = 3$$

$$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$$

25. $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15

② 18

③ 21

④ 26

⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$$\begin{aligned} & 10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2) \\ &= 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5 \\ &= 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8 \\ &\therefore 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18 \end{aligned}$$

26. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 0

④ 1

⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

27. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

28. 임의의 실수 x 에 대하여 등식 $(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 성립할 때, $a(b+c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -30

해설

$$(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

양변에 $x = 2, -2, 1$ 을 각각 대입하면

$$0 = 1 + a + b + c, \quad 0 = -27 + 9a - 3b + c, \quad -9 = c$$

세 식을 연립하여 풀면 $a = 5, b = 3, c = -9$

$$\therefore a(b+c) = 5 \times (3-9) = -30$$

해설

좌변을 전개한 후 조립제법으로 풀어도 좋다.

$$(x-2)(x+2)^2$$

$$= x^3 + 2x^2 - 4x - 8$$

$$= (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1)[(x-1)\{(x-1) + a\} + b] + c$$

1	1	2	-4	-8	
		1	3	-1	
1	1	3	-1	-9	← c
		1	4		
1	1	4	3		← b
		1			
	1	5			← a

$$\therefore a(b+c) = 5(3-9) = -30$$

29. $f(x)$ 가 x 의 다항식일 때 $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 될 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 에서

$x^2 = 2$ 를 대입하면 $0 = 16 + 4a + b \cdots \textcircled{1}$

$x^4 = -1$ 을 대입하면 $0 = 1 - a + b \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = -3$, $b = -4$

$\therefore a + b = -7$

30. 다항식 $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가 $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 + ax^2 + x + b \\ &= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\ &= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\ \therefore & a = c - 2, \quad 1 = 2 - c, \quad b = c \\ & c = 1 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \\ \therefore & a - b = -2 \end{aligned}$$

31. $(4x^2 - 3x + 1)^5(x^3 - 2x^2 - 1)^4$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 512

해설

$$(4x^2 - 3x + 1)^5(x^3 - 2x^2 - 1)^4 = ax^{22} + bx^{21} + \cdots + c$$

위의 식에 $x = 1$ 을 대입하면, 모든 계수들의 총합이 나온다.

$$\therefore (\text{계수의 총합}) = 2^5 \times (-2)^4 = 512$$

32. 임의의 실수 x 에 대하여 등식 $2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수)

① -3

② -1

③ 0

④ 3

⑤ 5

해설

계수의 합 $a+b+c+d$ 를 구할 때는 우변의 문자부분을 모두 1 이 되게 하는 x 값을 양변에 대입하면 간단하게 그 값을 구할 수 있다.

이 문제에서는 $x=2$ 를 양변에 대입하면

$$16 - 12 - 2 + 1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

해설

a, b, c, d 의 값을 각각 구하기 위해서는 아래와 같이 조립제법을 사용할 수 있다.

$$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$$

$$= (x-1)[(x-1)\{a(x-1) + b\} + c] + d$$

즉, $x-1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

1	2	-3	-1	1	
		2	-1	-2	
1	2	-1	-2	-1	← d
		2	1		
1	2	1	-1		← c
		2			
	2	3			← b
	↑				
	a				

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

33. x^3 의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 가 $x-1$ 을 인수로 갖고, x^2+2 로 나누었을 때의 나머지는 $x+5$ 이다. 이 때, $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는?

① -1

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

x^3 의 계수가 1이므로

$$f(x) = (x^2 + 2)(x + \alpha) + x + 5 \cdots \textcircled{1}$$

$x-1$ 의 인수를 가지므로, $f(1) = 0$

①에 넣어 계산하면,

$$f(1) = 3(1 + \alpha) + 6 = 0, \alpha = -3$$

$$\therefore f(2) = (2^2 + 2)(2 - 3) + 2 + 5 = 1$$

34. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x+1, x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 4, -18 이라고 한다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $x+4$

② $x-4$

③ $22x+26$

④ $22x-26$

⑤ $x-18$

해설

$$f(-1) = 4, f(-2) = -18$$

$$f(x) = (x+1)(x+2)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = 4, -2a + b = -18$$

$$\therefore a = 22, b = 26$$

35. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

36. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	a
1	4	3	5	

① $a = 3$

② $b = 2$

③ $c = 1$

④ $d = 4$

⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	-1	b
		1	$a+1$	a
1	$a+1$	a	$b+a$	

$k = 1, a = 3, b = 2, c = 1, d = 4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

37. $x^4 - 23x^2y^2 + y^4$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

② $(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$

③ $(x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

④ $(x^2 + 4xy + y^2)(x^2 - 4xy + y^2)$

⑤ $(x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 25x^2y^2 \\&= (x^2 + y^2)^2 - (5xy)^2 \\&= (x^2 + y^2 + 5xy)(x^2 + y^2 - 5xy) \\&= (x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)\end{aligned}$$

38. 다항식 $2x^2 + xy + 5x - y^2 + 2y + 3$ 가 $(2x + ay + b)(x + cy + d)$ 로 인수분해 될 때, a, b, c, d 의 값을 차례로 적은 것은?

① 1, 3, 1, 1

② 1, 3, -1, 1

③ -1, 3, 1, 1

④ -1, 3, -1, 1

⑤ -1, -3, 1, 1

해설

$$(\text{준식}) = 2x^2 + (y + 5)x - (y^2 - 2y - 3)$$

$$= \{2x - (y - 3)\} \{x + (y + 1)\}$$

$$= (2x - y + 3)(x + y + 1)$$

$$\therefore a = -1, b = 3, c = 1, d = 1$$

39. 다항식 $6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)(2x-1)(2x+1)$

② $(x+1)(2x+1)(2x-1)$

③ $(x+1)(2x+1)(3x-1)$

④ $(x+1)(2x-1)(3x+1)$

⑤ $(x-1)(2x+1)(2x-1)$

해설

$f(x) = 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$ 이라 하면

$f(-1) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x+1$ 로 나누어떨어진다.

$$\therefore 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1 = (x+1)(6x^2 - x - 1)$$

$$= (x+1)(2x-1)(3x+1)$$

40. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때,
 $x + y + z$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0$$

$$(x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$$

$$\therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0$$

그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수($x \neq y \neq z$)이므로

$$x + y + z = 0$$

41. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1007}{1006}$

해설

$$a = \frac{(2012 + 1)(2012^2 - 2012 + 1)}{(2012^2 - 2012 + 1)}$$

$= 2013$ 이므로

$$\therefore \frac{a+1}{a-1} = \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006}$$

42. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

43. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(x \otimes x^2) = \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1}$$

$$(x^2 - x) \otimes (x - 1) = \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)}$$

$$= \frac{x-1}{x-1-x^2+x}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x^2-2x+1)}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2}$$

$$= -\frac{1}{x-1}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

44. x 에 대한 두 다항식 $A = x^2 + 3x + k$, $B = x^2 + x - k$ 의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 k 의 값은? (단, $k \neq 0$)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$A - B = 2x + 2k = 2(x + k)$$

A , B 의 최대공약수는 $A - B$ 의 인수이므로

A , B 의 최대공약수를 G 라 하면

G 는 일차식이므로 $G = x + k$

$x + k$ 는 A 의 인수이어야 하므로

$$(-k)^2 + 3(-k) + k = 0$$

$$\therefore k = 0 \text{ 또는 } k = 2$$

그런데 주어진 조건에서 $k \neq 0$ 이므로 $k = 2$

45. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x - 1$ 이고 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 이차식의 합은?

① $2x^2 - 2x$

② $2x^2 + 2x$

③ $2x^2 + x$

④ $2x^2 - 2$

⑤ $2x^2 + 4$

해설

$$A = Ga, \quad B = Gb(a, b \text{는 서로소}), \quad L = Gab$$

$$\therefore G = (x - 1), \quad L = (x - 1)x(x + 2)$$

$$\begin{aligned} A + B &= G(a + b) = (x - 1)(x + x + 2) \\ &= (x - 1)(2x + 2) \\ &= 2(x^2 - 1) \end{aligned}$$

46. 두 이차다항식의 최대공약수가 $x - 2$ 이고, 최소공배수가 $x^3 - 6x^2 + 3x + 10$ 일 때, 두 다항식의 합을 구하면? (단, 이차항의 계수는 모두 1이다.)

① $2x^2 - 6x + 8$

② $2x^2 - 6x + 7$

③ $2x^2 - 8x + 8$

④ $2x^2 - 9x + 10$

⑤ $2x^2 + 6x + 9$

해설

구하는 두 다항식의 최대공약수가 $x - 2$ 이므로

두 다항식은 $(x - 2)a, (x - 2)b$ (a, b 는 서로소)

최소공배수 $(x - 2)ab = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

$$= (x - 2)(x + 1)(x - 5)$$

그러므로 $a = x - 5, b = x + 1$

또는 $a = x + 1, b = x - 5$

따라서 두 다항식은

$$(x - 2)(x - 5) = x^2 - 7x + 10,$$

$$(x - 2)(x + 1) = x^2 - x - 2$$

$\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2 - 8x + 8$

47. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식의 최대공약수가 $x + 3$ 이고 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 6x$ 일 때, 두 이차식의 합은?

① $(x + 1)(x - 2)$

② $(x + 2)(x + 4)$

③ $2(x - 1)(x + 3)$

④ $2(x - 2)(x - 4)$

⑤ $2(x + 1)(x - 4)$

해설

최대공약수가 $x + 3$ 이므로 두 이차식을
 $a(x + 3)$, $b(x + 3)$ (a , b 는 서로소)라 하고

최소공배수를 $f(x) = x^3 + x^2 - 6x$ 라 하면

$$f(x) = x(x^2 + x - 6) = x(x + 3)(x - 2)$$

따라서 두 다항식은

$$x(x + 3), (x - 2)(x + 3) \text{ 이므로}$$

구하는 두 다항식의 합은

$$\begin{aligned} x(x + 3) + (x - 2)(x + 3) &= (x + 3)(2x - 2) \\ &= 2(x - 1)(x + 3) \end{aligned}$$

48. 다항식 $f(x) = x^4 + ax^2 + x + 2$ 를 $g(x) = x^3 + bx + 2$ 로 나눈 나머지가 $R(x)$ 라 한다. $g(x)$ 와 $R(x)$ 의 최대공약수가 $x + 2$ 일 때, ab 의 값은?

① 9

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 16

해설

$f(x) = g(x) \cdot Q(x) + R(x)$ 에서
 $g(x)$ 와 $R(x)$ 의 최대공약수 $x + 2$ 는
 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수와 같다.

($\because$ 유클리드 호제법)

$$f(-2) = 16 + 4a = 0, a = -4$$

$$g(-2) = -8 - 2b + 2 = 0, b = -3$$

$$\therefore ab = 12$$

49. $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는 x, y, z 에 대하여 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 11

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

(i) $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 에서

x, y 를 z 에 대하여 나타내면

$$x = 2z + 1, y = -3z - 1$$

(ii) $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$ 을 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$$

$$\therefore 4a + 9b + c = 0, 2a + 3b = 0, a + b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

50. x 에 대한 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) + 8$ 은 $(x + 2)^2$ 으로 나누어 떨어지고, $1 - f(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어 떨어질 때, $f(x)$ 의 상수항은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$f(x) + 8 = (x + 2)^2(ax + b) \cdots \textcircled{㉠}$$

$$1 - f(x) = (x^2 - 1)Q(x) \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡}\text{에서 } f(1) = 1, f(-1) = 1$$

그러므로 $\textcircled{㉠}$ 에서

$$1 + 8 = 9(a + b) \cdots \textcircled{㉢}$$

$$1 + 8 = -a + b \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉣}\text{에서 } a = -4, b = 5$$

$$\therefore f(x) = (x + 2)^2(-4x + 5) - 8$$

$$\therefore \text{상수항은 } f(0) = 2^2 \cdot 5 - 8 = 12$$