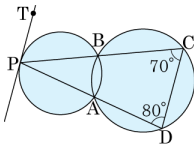


1. 다음 그림에서  $\overleftrightarrow{PT}$  는 원의 접선이다. 이때,  $\angle TPB$  의 크기는?



①  $66^\circ$

②  $67^\circ$

③  $68^\circ$

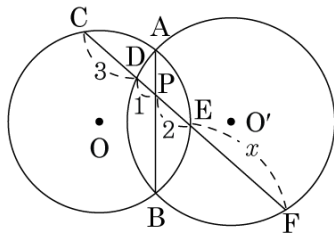
④  $69^\circ$

⑤  $70^\circ$

해설

$$\angle TPB = \angle PAB = \angle BCD = 70^\circ$$

2. 다음 그림에서  $\overline{CD} = 3$ ,  $\overline{DP} = 1$ ,  $\overline{PE} = 2$  일 때,  $\overline{EF}$  의 길이는?



① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

### 해설

$\overline{AB}$  가 두 원의 공통현이므로

원 O 에서  $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{CP} \cdot \overline{PE}$

원 O' 에서  $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{DP} \cdot \overline{PF}$

$\therefore \overline{CP} \cdot \overline{PE} = \overline{DP} \cdot \overline{PF}$

$(3 + 1) \times 2 = 1 \times (2 + x)$

$\therefore x = 6$

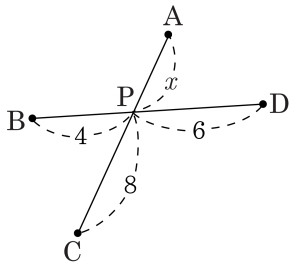
3. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때,  $\overline{PA}$ 의 길이는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

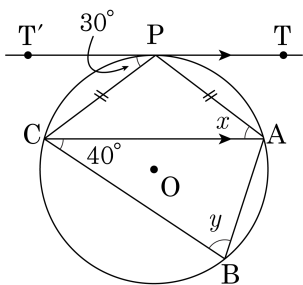


해설

$$4 \times 6 = x \times 8, \therefore x = 3,$$

4. 다음 그림에서 직선  $TT'$  이 원  $O$ 의 접선일 때,  $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

- ①  $50^\circ$       ②  $60^\circ$       ③  $70^\circ$   
 ④  $80^\circ$       ⑤  $90^\circ$



### 해설

$$\angle x = 30^\circ$$

$$\angle ACP = 30^\circ (\because \overleftrightarrow{TT'} \parallel \overline{AC})$$

$\triangle ACP$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle APC = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

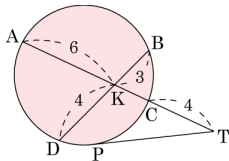
$\square ABCP$ 는 내접사각형이므로

$$\angle APC + \angle ABC = 180^\circ$$

$$\angle y = 180^\circ - \angle APC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 90^\circ$$

5. 다음 그림에서  $\overline{PT}$  의 길이는  $a\sqrt{b}$  일 때,  $a + b$  의 값은?



① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

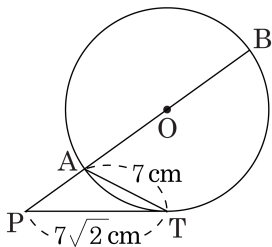
$$4 \times 3 = 6 \times \overline{CK}$$

$$\overline{CK} = 2$$

$$\overline{PT}^2 = 4 \times 12$$

$$\therefore \overline{PT} = 4\sqrt{3}$$

6. 다음 그림과 같이 원의 외부에 있는 한 점 P에서 원 O에 접선 PT와 할선 PB를 그었다.  $\angle APT = \angle ATP$  일 때,  $\overline{AB}$ 의 길이는?



- ① 3cm      ② 3.5cm      ③ 5cm  
④ 6cm      ⑤ 7cm

해설

$$(7\sqrt{2})^2 = 7(7 + 2r)$$

$$14 = 7 + 2r$$

$$\therefore r = \frac{7}{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{(지름)} = 7 \text{ (cm)}$$

7. 다음 그림에서  $\overleftrightarrow{CD}$ 는 원 O의 접선이다.  $\overline{AB}$ 가 원의 지름이고  $\overline{CD} \perp \overline{BD}$ 일 때,  $\overline{AC}$ 의 길이는?

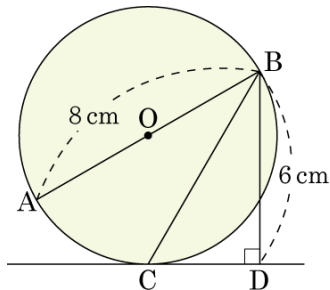
① 2cm

② 4cm

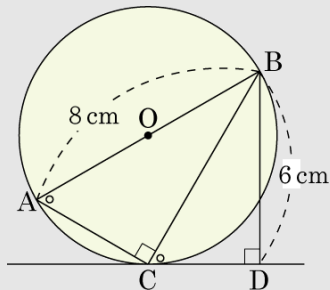
③  $2\sqrt{3}$ cm

④  $3\sqrt{2}$ cm

⑤  $4\sqrt{2}$ cm



해설



$\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = \angle BCD$  이므로

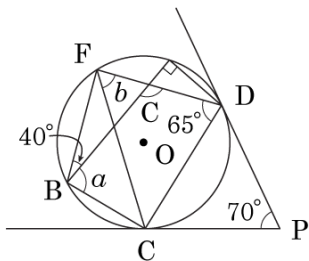
$\triangle ABC \sim \triangle CBD$  (AA 닮음)

$$\therefore 8 : \overline{BC} = \overline{BC} : 6$$

$$\overline{BC}^2 = 48, \overline{BC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4 \text{ cm}$$

8. 다음 그림에서 두 반직선은 원 O의 접선이다.  $\angle BAD = 90^\circ$ ,  $\angle EDC = 65^\circ$ ,  $\angle EBF = 40^\circ$ ,  $\angle CPD = 70^\circ$  일 때,  $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기는?



- ①  $240^\circ$       ②  $245^\circ$       ③  $255^\circ$       ④  $260^\circ$       ⑤  $320^\circ$

### 해설

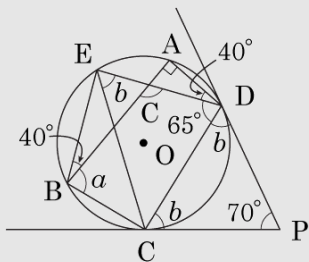
1) 사각형 EBCD가 원에 내접하므로  $\angle a + 40^\circ + 65^\circ = 180^\circ \therefore \angle a = 75^\circ$

2) 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

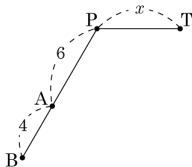
$$\angle b = \angle PDC = \angle PCD = 55^\circ (\because \overline{PD} = \overline{PC})$$

3)  $\triangle ADE$ 에서  $\angle c = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$  (이 때,  $\widehat{AF}$ 에 대한 원주각으로  $\angle FBA = \angle ADF = 40^\circ$ )

따라서,  $\angle a + \angle b + \angle c = 75^\circ + 55^\circ + 130^\circ = 260^\circ$ 이다.



9. 다음 그림에서  $\overline{PT}$  가 세 점 A, B, T 를 지나는 원의 접선이 되도록 하는  $x$  의 값은?

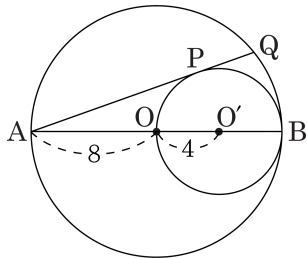


- ①  $2\sqrt{15}$       ②  $3\sqrt{10}$       ③  $4\sqrt{2}$       ④  $5\sqrt{3}$       ⑤  $6\sqrt{2}$

해설

$$x^2 = 6 \times 10 \quad \therefore x = 2\sqrt{15}$$

10. 다음 그림과 같이 점 A 에서 원 O' 에  
그은 접선 AP 와 원 O 와의 교점을 Q  
라 할 때,  $\overline{AQ}$  의 길이는?



- ①  $\frac{5}{3}\sqrt{2}$       ②  $\frac{17}{3}\sqrt{2}$   
 ③  $\frac{25}{3}\sqrt{2}$       ④  $\frac{32}{3}\sqrt{2}$   
 ⑤  $\frac{40}{3}\sqrt{2}$

### 해설

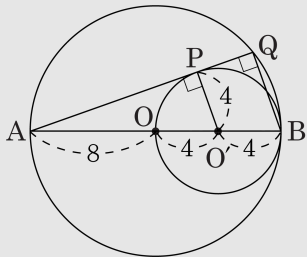
$$\overline{AP} = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

$\triangle AO'P \sim \triangle ABQ$ 에서

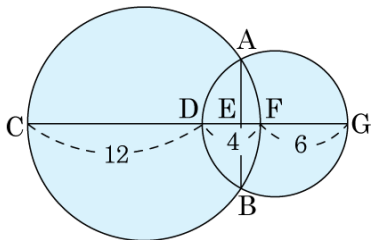
$$12 : 16 = 8\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$12\overline{AQ} = 128\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{AQ} = \frac{32}{3}\sqrt{2}$$



11. 다음 그림과 같이 두 원이 두 점 A, B에서 만나고  $\overline{CD} = 12$ ,  $\overline{DF} = 4$ ,  $\overline{FG} = 6$  일 때,  $\overline{AE} \cdot \overline{BE}$ 의 값은?



- ①  $\frac{172}{3}$       ②  $\frac{173}{3}$   
 ③  $\frac{164}{9}$       ④  $\frac{167}{9}$   
 ⑤  $\frac{176}{9}$

해설

$\overline{DE} = x$  라 하면

$$\overline{CE} \times \overline{FE} = \overline{AE} \times \overline{BE} = \overline{DE} \times \overline{GE}$$

$$(12 + x)(4 - x) = x \times (6 + 4 - x)$$

$$x = \frac{8}{3}$$

$$\overline{AE} \times \overline{BE} = \overline{DE} \times \overline{GE} = \frac{8}{3} \times \left(4 + 6 - \frac{8}{3}\right) = \frac{176}{9}$$

12. 다음 그림에서 원의 중심이 P이고, 원 O가 내접하는 원의 반지름의 길이는?

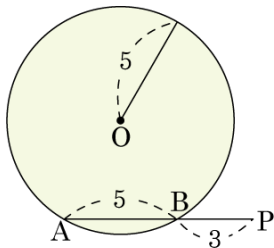
① 11

② 11.5

③ 12

④ 12.5

⑤ 13



해설

$$\overline{PB} \times \overline{PA} = r \times \overline{PQ}$$

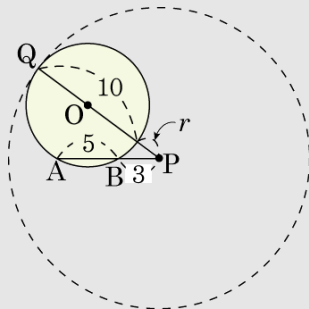
$$3 \times 8 = r(r + 10)$$

$$r^2 + 10r - 24 = 0 \quad \therefore r =$$

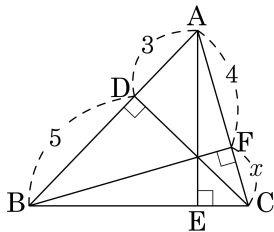
$$2 (\because r > 0)$$

$$\text{원의 반지름 : } R = r + 10$$

$$\therefore R = 12$$



13. 다음 그림에서 네 점 B, C, D, F 는 한 원 위에 있을 때,  $\overline{BC}$  의 길이는?



①  $2\sqrt{2}$

②  $2\sqrt{3}$

③  $2\sqrt{11}$

④  $2\sqrt{13}$

⑤  $2\sqrt{15}$

해설

$$\overline{AF} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AB} = \text{이므로}$$

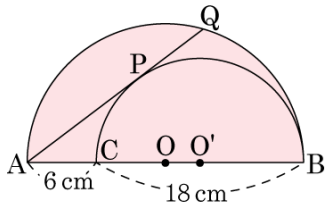
$$4(4 + x) = 3 \cdot 8$$

$$\therefore x = 2$$

$$\triangle ABF \text{ 에서 } \overline{BF} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$$

$$\triangle BFC \text{ 에서 } \overline{BC} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 2^2} = 2\sqrt{13}$$

14. 다음 그림에서  $\overline{AB}$ 와  $\overline{BC}$ 는 각각 반원  $O$ 와  $O'$ 의 지름이다.  $\overline{AP}$ 가 반원  $O'$ 의 접선이고  $\overline{AC} = 6\text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 18\text{ cm}$ 일 때,  $\overline{AQ}$ 의 길이는?



- ①  $\frac{92}{5}\text{ cm}$       ②  $\frac{94}{5}\text{ cm}$   
 ③  $\frac{96}{5}\text{ cm}$       ④  $\frac{98}{5}\text{ cm}$   
 ⑤  $20\text{ cm}$

해설

$$\overline{AP}^2 = \overline{AC} \times \overline{AB} = 6 \times 24 = 144$$

$$\therefore \overline{AP} = 12\text{ cm}$$

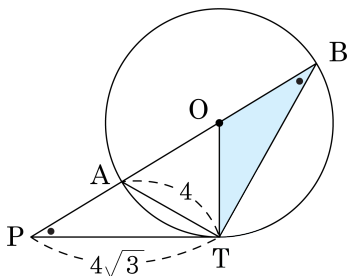
$\triangle AO'P \sim \triangle ABQ$  ( $\because$  AA 닮음) 이므로

$$\overline{AO'} : \overline{AB} = \overline{AP} : \overline{AQ}$$

$$15 : 24 = 12 : \overline{AQ}$$

$$\therefore \overline{AQ} = \frac{96}{5} (\text{cm})$$

15. 그림과 같이 원  $O'$  의 외부에 있는 한 점  $P$  에서 원  $O$  에 그은 접선과 중심  $O$  를 지나는 할선이 이 원과 만나는 세 점을 각각  $T$ ,  $A$ ,  $B$  라고 한다.  $\overline{PT} = 4\sqrt{3}$ ,  $\overline{AT} = 4$  이고,  $\angle ABT = \angle APT$  일 때,  $\triangle BOT$  의 넓이를 구하면?



①  $3\sqrt{3}$

②  $4\sqrt{3}$

③  $5\sqrt{3}$

④  $6\sqrt{3}$

⑤  $\sqrt{3}$

### 해설

$$\angle ABT = \angle APT, \angle ABT = \angle ATP$$

삼각형의 외각의 성질에 따라  $\angle BAT = \angle APT + \angle ATP$  이고  
 $\angle ATB = 90^\circ$  이므로

$\angle BAT = 60^\circ$ ,  $\angle ABT = 30^\circ$ , 따라서 삼각형의 외각의 성질에 따라  $\angle AOT = 60^\circ$

따라서  $\triangle OAT$  는 정삼각형이므로

$$\overline{AT} = \overline{AO} = \overline{OB} = 4$$

원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라

$$(4\sqrt{3})^2 = \overline{PA} \times (\overline{PA} + 8)$$

$$\therefore \overline{PA} = 4 \quad (\because \overline{PA} > 0)$$

점  $B$  에서  $\overline{PT}$  의 연장선상에 수선을 내리고 그 수선의 발을 점  $H$  라고 하면

$\triangle PTO \sim \triangle PHB$  (AA 닮음) 이므로

$$\overline{PO} : \overline{PB} = \overline{PT} : \overline{PH} = \overline{OT} : \overline{BH}$$

$$8 : 12 = 4\sqrt{3} : \overline{PH} = 4 : \overline{BH}$$

$$\overline{PH} = 6\sqrt{3}, \overline{BH} = 6$$

따라서  $\triangle BOT$  의 넓이는

$$\triangle PBH - \triangle POT - \triangle BHT = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 4\sqrt{3} \text{ 이다.}$$