1. $2|x-1|+x-4=0$의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -2

해설

ⅰ) $x<1$일 때,
$-2(x-1)+(x-4)=0$
$\therefore x=-2$
ⅱ) $x\geq 1$일 때,
$2(x-1)+x-4=0$
$\therefore x=2$
따라서 구하는 해는 $x=-2$ 또는 $x=2$ 이다.

2. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x+1, x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 $4,\ -18$ 이라고 한다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $x+4$ ② $x-4$ ③ $22x+26$
④ $22x-26$ ⑤ $x-18$

해설

$f(-1)=4,\ f(-2)=-18$
$f(x)=(x+1)(x+2)Q(x)+ax+b$
$-a+b=4,\ -2a+b=-18$
$\therefore\ a=22,\ b=26$

3. 복소수 $a^2(1+i)+a(3+2i)+2$를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 a의 값을 구하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

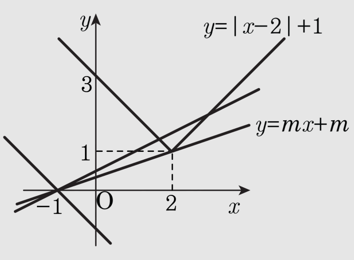
(준식) $=\left(a^2+3a+2\right)+\left(a^2+2a\right)i \Rightarrow$ 순허수
즉, $a^2+3a+2=0$
$a^2+2a\neq 0$이므로 $\therefore\ a=-1$

4. 함수 $y = |x-2|+1$ 의 그래프가 직선 $y = mx+m$ 과 만나기 위한 양수 m 의 최솟값은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{2}$　④ 1　⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$x \geq 2$ 일 때, $|x-2| = x-2$ 이므로
$y = x-2+1 = x-1$
$x < 2$ 일 때, $|x-2| = -(x-2)$ 이므로 $y = -x+2+1 = -x+3$
따라서, $y = |x-2|+1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



또, 직선 $y = mx+m = m(x+1)$ 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-1,\ 0)$ 을 지난다.

직선 $y = mx+m$ 이 점 $(2,\ 1)$ 을 지날 때, $1 = 2m+m \therefore m = \frac{1}{3}$

직선 $y = mx+m$ 이 직선 $y = -x+3$ 과 평행할 때, $m = -1$
따라서, 직선 $y = mx+m$ 이 $y = |x-2|+1$ 의 그래프와 만나려면 기울기 m 의 값의 범위가

$m \geq \frac{1}{3}$ 또는 $m < -1$ 이어야 한다.

그런데 양수 m 이므로 $m \geq \frac{1}{3}$ 그러므로 구하는 m 의 최솟값은 $\frac{1}{3}$ 이다.

5. 부등식 $|2x-2| < k+2$를 만족하는 실수 x값이 존재하기 위한 실수 k의 값의 범위는?

① $k \le -2$　② $k > -2$　③ $k \ge -2$

④ $k < 2$　⑤ $k \ge 2$

해설

ⅰ) $x \ge 1$일 때,

$2x-2 < k+2,\ 2x < k+4 \quad \therefore x < \frac{1}{2}k+2$

$x \ge 1,\ x < \frac{1}{2}k+2$를 만족하는 x의 값이 존재하기 위해서는

$\frac{1}{2}k+2 > 1,\ k > -2$

ⅱ) $x < 1$일 때,

$-2x+2 < k+2,\ -2x < k,\ \therefore\ x > -\frac{1}{2}k$

$x < 1,\ x > -\frac{1}{2}k$를 만족하는 x의 값이 존재하기 위해서는

$-\frac{1}{2}k < 1 \quad \therefore k > -2$

ⅰ), ⅱ)에 의하여 $k > -2$