

1. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

2. 다음 식은 평면 위에 있는 어떤 그래프의 방정식이다. 이 그래프가 x 축에 접하도록 실수 a, b 의 값에 대해 $a + b$ 의 값을 구하면?

$$y + (x + y)x + (a - 1)x - b^2 = 0$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

접점의 x 좌표는 $y = 0$ 일 때, 얻어지는 방정식 $x^2 + (a - 1)x - b^2 = 0$ 의 중근이다.

$$\therefore D = (a - 1)^2 + 4b^2 = 0$$

a, b 는 실수이므로 $a = 1, b = 0$

$$\therefore a + b = 1$$

3. 이차함수 $y = -x^2 + (a - 1)x + 3a$ 의 그래프가 직선 $y = x - 2$ 보다 항상 아래쪽에 있기 위한 실수 a 값의 범위는?

① $-3 < a < 1$

② $-6 < a < -2$

③ $a \geq 3, a \leq -1$

④ $a \geq 0$

⑤ $a \leq 5$

해설

$$x - 2 > -x^2 + (a - 1)x + 3a$$

$$\Rightarrow x^2 - (a - 2)x - 2 - 3a > 0$$

항상 성립하려면, 판별식이 0 보다 작아야 한다.

$$\Rightarrow D = (a - 2)^2 - 4(-2 - 3a) < 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 8a + 12 < 0$$

$$\Rightarrow -6 < a < -2$$

4. $\left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}\right)^{10} + \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}\right)^8$ 값을 구하면?

① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

② $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, 2\omega + 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱해서 정리하면 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

$$(\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0 \Rightarrow \omega^3 = 1$$

$$(\omega^3)^3 \cdot \omega + (\omega^3)^2 \cdot \omega^2 = \omega + \omega^2 = -1$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \\ 3x - 1 \geq 5x - 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 가 3개일 때, 상수

a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{1}{2} < a \leq \frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2} \leq a < \frac{1}{2}$ ③ $0 \leq a < 1$
 ④ $\frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} \leq a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \text{ 에서 } x \geq a - \frac{1}{2}$$

$$3x - 1 \geq 5x - 7 \text{ 에서 } x \leq 3$$

$$\therefore a - \frac{1}{2} \leq x \leq 3$$

연립부등식을 만족하는 정수 x 가 3개이려면

$$0 < a - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$$