

1. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$

③ $\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$

⑤ $\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

② $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$

④ $\frac{1}{2^2 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

2. 20 이하의 자연수 중 약수의 개수가 2개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

구하고자 하는 수는 20 이하의 소수이다.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 총 8개이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 161 은 소수가 아니다.

② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.

③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.

⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설

② 자연수 1은 약수가 1 개이다.

④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

4. 다음 중 420 의 약수가 아닌 것은?

① 6

② $2^2 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×7

⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

5. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

① $(14, 22)$

② $(21, 49)$

③ $(27, 72)$

④ $(15, 58)$

⑤ $(2, 20)$

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

① $(14, 22) \Rightarrow 2$

② $(21, 49) \Rightarrow 7$

③ $(27, 72) \Rightarrow 9$

④ $(15, 58) \Rightarrow 1$

⑤ $(2, 20) \Rightarrow 2$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 가장 작은 소수는 2 이다.

② 100 과 243 는 서로소이다.

③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.

④ 두 자연수가 서로소가 아니면 두 자연수는 소수가 아니다.

⑤ 10 보다 작은 자연수 중에서 소수는 4 개이다.

해설

③ 반례 : 3 과 4 는 서로소이지만 4 는 소수가 아니다.

7. 12의 배수도 되고 20의 배수도 되는 수는?

① 4의 배수

② 24의 배수

③ 36의 배수

④ 60의 배수

⑤ 120의 배수

해설

12와 20의 공배수는 두 수의 최소공배수인 60의 배수이다.

8. 최대공약수가 6 인 두 자연수 A, B 에 대하여 $A \times B = 540$ 이 성립한다.
이때, 두 수 A, B 의 최소공배수는?

① 50

② 60

③ 70

④ 80

⑤ 90

해설

$(A \times B) = (\text{최대공약수}) \times (\text{최소공배수})$ 이므로

$$540 = 6 \times (\text{최소공배수})$$

따라서 두 수의 곱은 90 이다.

9. $7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

7^1 의 일의 자릿수=7,

7^2 의 일의 자릿수=9,

7^3 의 일의 자릿수=3,

7^4 의 일의 자릿수=1 이므로,

4 번 거듭제곱을 한 수의 일의 자릿수를 모두 더하면 0 이 되는
것을 알 수 있다.

$7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 의 일의 자릿수=9

$\therefore 7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지=9

10. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

① $26 = 2 \times 13$

② $36 = 2^3 \times 3^2$

③ $42 = 6 \times 7$

④ $54 = 2^2 \times 3^3$

⑤ $128 = 2^8$

해설

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ 2×3^3

⑤ 2^7

11. 156의 소인수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 13

해설

$156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로
소인수는 2, 3, 13이다.

12. 다음 수들 중 약수의 개수가 다른 것은?

① $3^3 \times 2^2$

② 3×2^5

③ $2^4 \times 3^2$

④ $2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $5^3 \times 7^2$

해설

$N = a^x b^y c^z$ 으로 소인수분해 될 때 N 의 약수의 개수는 $(x+1) \times (y+1) \times (z+1)$ 개다.

① $3^3 \times 2^2 \rightarrow (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$

② $3 \times 2^5 \rightarrow (1+1) \times (5+1) = 2 \times 6 = 12$

③ $2^4 \times 3^2 \rightarrow (4+1) \times (2+1) = 5 \times 3 = 15$

④ $2 \times 3 \times 5^2 \rightarrow (1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 2 \times 2 \times 3 = 12$

⑤ $5^3 \times 7^2 \rightarrow (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$

13. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고

$2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 1$, $b = 2$

14. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

15. 세 수 2×7^2 , $2^2 \times 7 \times 11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7 \times 11$

② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$

③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$

④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

16. 세 수 12, 24, 36 의 공배수 중 900 이하의 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

12, 24, 36 의 공배수는 최소공배수 72 의 배수이므로 900 이하의 자연수는 $900 \div 72 = 12 \cdots 36$ 이므로 12 개이다.

17. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 18cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이로 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 36 cm

해설

12와 18의 최소공배수는 36 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 36 cm 이다.

18. 3^{90} 의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

3 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 3, 9, 7, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

3의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$3^1(=3)$	3
$3^2(=3 \times 3=9)$	9
$3^3(=3 \times 3 \times 3=27)$	7
$3^4(=3 \times 3 \times 3 \times 3=81)$	1
$3^5(=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=243)$	3
$3^6(=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=729)$	9
$\vdots$	$\vdots$

90 은 4 로 나누었을 때 나머지가 2 이므로 3^{90} 의 일의 자리의 수는 9 이다.

19. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 모두 구하시오. (단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 n 은 2×5 이다.

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$\therefore 10, 40, 90$

20. 24에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

21. 두 자연수 p, q 의 최대공약수가 792 일 때, p, q 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 792 의 약수의 개수이다.

$$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$$

$$\therefore (3 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 24 \text{ (개)}$$

22. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수는 12, 최소공배수는 72 일 때, $A + B$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

▷ 정답 : 60

해설

$$A = 12 \times a, B = 12 \times b$$

(a, b 는 서로소, $a > b$) 라 하면

최소공배수는 $12 \times a \times b = 72$ 이다.

$$a \times b = 6$$

$a = 6, b = 1$ 일 때

$A = 72, B = 12, A + B = 84$ 이고,

$a = 3, b = 2$ 일 때

$A = 36, B = 24, A + B = 60$ 이다.

$\therefore 84, 60$

23. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16

② 24

③ 40

④ 80

⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

24. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은?

① 4

② 7

③ 14

④ 28

⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56

56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은

7, 8, 14, 28, 56 이다.

25. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$

톱니바퀴 A 는 $72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$

톱니바퀴 B 는 $72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$

톱니바퀴 C 는 $72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$