1. $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$　② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2+b^2-c^2+2ab$　④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$
$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

2. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

나머지 정리를 이용한다.
주어진 식에 $x=-1$, $x=2$를 각각 대입하면,
$(-1)^3+m(-1)^2+n(-1)+1=5\cdots$㉠
$(2)^3+m(2)^2+n\cdot 2+1=3\cdots$㉡
㉠, ㉡을 연립하면,
$m=\frac{2}{3}$, $n=-\frac{13}{3}$
$\therefore\ m-n=5$

3. $(a-b+c)(a+b-c)$를 전개한 식은?

① $a^2+b^2+c^2-2bc$ ② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2-b^2-c^2+2bc$ ④ $a^2+b^2-c^2-2bc$

⑤ $a^2+b^2+c^2+2bc$

해설

$$\begin{aligned}&(a-b+c)(a+b-c)\\&=\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}\\&=a^2-(b-c)^2\\&=a^2-b^2-c^2+2bc\end{aligned}$$

4. 두 복소수 $z_1 = a + (3b-1)i$, $z_2 = (b+1) - 5i$에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$가 성립할 때, 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$a + (3b-1)i = (b+1) + 5i$에서

$\begin{cases} a = b+1 \\ 3b-1 = 5 \end{cases}$ 이므로 연립하면

$a = 3,\ b = 2$

$\therefore\ a+b = 5$

5. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1+2i$ 이면 다른 한 근은 $1-2i$ 이다.
(두 근의 합) $= (1+2i) + (1-2i) = -a$ ……㉠
(두 근의 곱) $= (1+2i)(1-2i) = b$ ……㉡
∴ ㉠, ㉡에서
$a = -2,\ b = 5$ 이다.

6. $\dfrac{11^6-1}{11^2(11^2+1)+1}$ 의 값을 구하면?

① 119 ② 120 ③ 121 ④ 122 ⑤ 123

해설

$$\frac{(11^2)^3-1}{(11^2)^2+(11^2)+1}$$
$$=\frac{(11^2-1)\{(11^2)^2+(11^2)+1\}}{(11^2)^2+(11^2)+1}$$
$$=11^2-1=(11+1)(11-1)=120$$

7. $a+b-2c=1$, $a-b+3c=3$일 때, 다음 중 $a+ab+c^2$을 a에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $(a-8)(a-2)$　② $(a+8)(a-2)$

③ $-(a-8)(a-2)$　④ $-(a-8)(a+2)$

⑤ $-(a+8)(a-2)$

해설

$a+b-2c=1 \quad \cdots ㉠$

$a-b+3c=3 \quad \cdots ㉡$

㉠+㉡에서 $2a+c=4$

$\therefore c=-2a+4 \quad \cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면 $b=-5+9$

$\therefore a+ab+c^2=a+a(-5a+9)+(-2a+4)^2$

$=-a^2-6a+16$

$=-(a^2+6a-16)$

$=-(a+8)(a-2)$

8. 0 이 아닌 실수 a 가 등식 $\frac{\sqrt{a+5}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{a+5}{a}}$ 를 만족할 때, $|a| + \sqrt{(a+5)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a-5$ ② 5 ③ $2a+5$

④ -5 ⑤ $2a$

해설

$a+5 \geq 0,\ a<0$, $-5 \leq a < 0$

$|a| + \sqrt{(a+5)^2} = -(a) + (a+5) = 5$

9. 방정식 $x(x+2)(x+4)(x+6)+15=0$ 을 풀면?

① $x=-2$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=-2\pm\sqrt{3}$

② $x=2$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=-5$

③ $x=-2\pm\sqrt{5}$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{6}$

④ $x=-3\pm\sqrt{5}i$ 또는 $x=-2\pm\sqrt{6}i$

⑤ $x=-1$ 또는 $x=-5$ 또는 $-3\pm\sqrt{6}$

해설

$x(x+6)=x^2+6x$

$(x+2)(x+4)=x^2+6x+8$

$x^2+6x=X$ 로 놓으면

$x(x+2)(x+4)(x+6)+15=0$

$X(X+8)+15=0,$

$X^2+8X+15=0$

$(X+3)(X+5)=0$

$\therefore\ X=-3, X=-5$

㉠ : $X=-3 \Rightarrow\ x^2+6x+3=0,$

$x=-3\pm\sqrt{9-3}=-3\pm\sqrt{6}$

㉡ : $X=-5 \Rightarrow\ x^2+6x+5=0,$

$(x+5)(x+1)=0,\ x=-1,-5$

10. 어떤 공장에서 A, B의 두 제품을 생산하고 있다. A제품의 생산량은 작년에 비하여 20 %증가하였고, B제품은 25 %증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의 B제품의 생산량을 구하면?

▶ 답: 개

▷ 정답: 40개

해설

작년 두 제품의 생산량을 차례로 a, b라고 하면,
올해는 각각 $1.2a$, $1.25b$이다.
$a+b=70$, $1.2a+1.25b=86$
연립하여 풀면, $a=30$, $b=40$

11. $z = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여 $z^{2005} + \bar{z}^{2005}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② -1 ③ $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

④ 1 ⑤ $\sqrt{3}i$

해설

$z = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$, $\bar{z} = \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$2z+1 = \sqrt{3}i$ 에서 양변을 제곱해서 정리하면

$z^2+z+1 = 0$, $(z-1)(z^2+z+1) = 0$

$\therefore z^3 = 1,\ \bar{z}^3 = 1$

$z^{2005} + \bar{z}^{2005} = (z^3)^{668} \cdot z + (\bar{z}^3)^{668} \cdot \bar{z}$

$= z + \bar{z}$

$= -1$

12. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{4}$

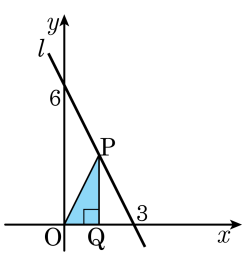
해설

$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$
최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

즉, $m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이다.

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.

13. 다음 그림과 같이 직선 l 위를 움직이는 점 P 가 있다. x 축 위에 내린 수선의 발을 Q 라고 할 때, $\triangle POQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

직선 l 은 두 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ 6)$ 을 지나므로

$y = -2x + 6$

점 P 의 좌표를 $(a,\ b)$ 로 놓으면 $b = -2a + 6$

$$\triangle POQ = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}a(-2a+6)$$
$$= -a^2 + 3a$$
$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

한편, 점 P 는 제 1사분면 위의 점이므로

$a > 0,\ b = -2a + 6 > 0 \quad \therefore\ 0 < a < 3$

따라서 $\triangle POQ$ 의 넓이는 $a = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{9}{4}$ 를 갖는다.

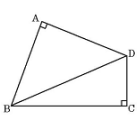
14. $f(x)=x^3-3x^2-x+3$, $g(x)=f(f(f(x)))$ 일 때, $g(x)$를 $f(x)$로 나눈 나머지 $R(x)$에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $R(x)$는 0이다.
② $R(x)$는 일차식이다.
③ $R(x)$는 이차식이다.
④ $R(x)$의 상수항은 3이다.
⑤ $R(x)$의 상수항은 2이다.

해설

$f(x)=(x-3)(x-1)(x+1)$이고
$g(x)=f(x)Q(x)+R(x)$에서
$g(x)=(x-3)(x-1)(x+1)Q(x)+ax^2+bx+c$
그런데 $g(x)=f(f(f(x)))$이므로
$g(1)=f(f(f(1)))=f(f(0))=f(3)=0$
$g(-1)=f(f(f(-1)))=f(f(0))=f(3)=0$
$g(3)=f(f(f(3)))=f(f(0))=f(3)=0$
$\therefore\ g(1)=a+b+c=0,\ g(-1)=a-b+c=0,$
$g(3)=9a+3b+c=0$
$\therefore\ a=b=c=0$
따라서 $R(x)=ax^2+bx+c=0$

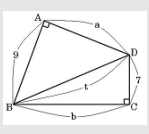
15. 네 변의 길이는 서로 다른 자연수이고, $\overline{AB} = 9$, $\overline{CD} = 7$, $\angle BAD = \angle BCD = 90°$이 사각형 ABCD가 있다. 대각선 BD의 길이를 t라 할 때, t^2의 값을 구하면?



① 83 ② 85 ③ 87 ④ 120 ⑤ 130

해설

$\overline{AD} = a$, $\overline{BC} = b$, $\overline{BD} = t$라 할 때,



$9^2 + a^2 = 7^2 + b^2$, $b^2 - a^2 = 32$
(자연수이므로, $b > a$)
$(b-a)(b+a) = 32$ ⇒ 부정방정식
$b > a$이므로
$b-a$, $b+a$ 모두 자연수이므로,
곱이 32가 되는 수의 조합은
$1 \times 32 = 32$, $2 \times 16 = 32$, $4 \times 8 = 32$, $\cdots$
$b-a = 4$, $b+a = 8$일 때 조건이 성립하므로,
$a = 2$, $b = 6$이다.
$b+a = 16$, $b-a = 2$일 때도
성립하나, 서로 다른 자연수 조건에 위배하므로,
$\therefore\ t^2 = 9^2 + 2^2 = 81 + 4 = 85$