

1. 삼차방정식  $x^3 + x - 2 = 0$  의 해를 구하면?

- ㉠  $1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$       ㉡  $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$       ㉢  $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$   
㉣  $-1$       ㉤  $1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ & & 1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2+x+2)=0$$

$$x^2+x+2=0 \text{ 의 근 : } \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

$$\therefore \text{ 해 : } 1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

2.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$  이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는  $a$  값은?

①  $a = -1$

②  $a = 1$

③  $a = \pm 1$

④  $a \neq \pm 1$  인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

$a$ 의 값은  $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

3.  $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$  에서  $xy$  의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서  $x=y+1$  을 ②에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

4.  $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2$  와  $y = x$  의 두 교점이 원점에 관하여 대칭이다. 이 때,  $a$  의 값을 구하면?

① 4

② 2

③ -4

④ -2

⑤ 3

해설

$$y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2$$

$$y = x \text{ 의 교점은 } x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2 = x$$

$$x^2 - (a^2 - 4a + 4)x + a^2 + 2 = 0 \text{ 의 두 근을 } \alpha, \beta \text{ 라면}$$

두 근이 원점에 대칭이므로 중점은 원점이다.

$$\therefore \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{(a - 2)^2}{2} = 0$$

$$\therefore a = 2$$



5. 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답 :          cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

반지름  $x$  cm , 호의 길이를  $(24 - 2x)$  cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이  $(6, 36)$  이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때,  
부채꼴의 넓이가 최댓값  $36 \text{ cm}^2$  를 가진다.  
따라서 호의 길이는  $24 - 2x = 12 \text{ cm}$  이다.

6. 삼차방정식  $x^3 + ax + b = 0$ 의 한 근이  $i$ 일 때, 나머지 두 근을 구하여 곱하면?(단,  $a, b$ 는 실수)

①  $-i$

② 0

③  $i$

④ 1

⑤  $-1$

해설

$$x = i \text{를 대입하면 } (i)^3 + ai + b = 0 \quad (a-1)i + b = 0$$

$$a, b \text{는 실수이므로 } a = 1, \quad b = 0$$

$$x^3 + x = 0, \quad x(x^2 + 1) = 0, \quad x = 0, i, -i$$

$$\therefore (\text{나머지 두 근의 곱}) = 0$$

7.  $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때,  $x^{51}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 에서

$(x^2 - x + 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x^3 + 1 = 0$

$x^3 = -1$

$x^{51} = (x^3)^{17} = (-1)^{17} = -1$

8. 다음은  $a$ 가 삼차방정식  $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근일 때,  $a^2 - 2$ 도 이 방정식의 근임을 보인 것이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

$a$ 는  $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 근이므로 (가)  
 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ 이라고 하면  
 $f(a^2 - 2) = (\text{나}) = (\text{다}) = (\text{라}) = (\text{마}) = 0$   
따라서,  $a^2 - 2$ 도 삼차방정식  $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 근이다.

- ① (가)  $a^3 - 3a + 1 = 0$   
② (나)  $(a^2 - 2)^3 - 3(a^2 - 2) + 1$   
③ (다)  $a^6 - 6a^4 + 9a^2 - 1$   
④ (라)  $(a^3 - 3a + 1)(a^3 - 3a - 1)$   
⑤ (마)  $0 \cdot 2$

해설

$a$ 는  $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 근이므로  $a^3 - 3a + 1 = 0$   
 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ 이라고 하면  $f(a^2 - 2) = (a^2 - 2)^3 - 3(a^2 - 2) + 1$   
 $= a^6 - 6a^4 + 9a^2 - 1 = (a^3 - 3a + 1)(a^3 - 3a - 1) = 0 \cdot (-2) = 0$   
따라서  $a^2 - 2$ 도 삼차방정식  $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 근이다.



9. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

①  $x = 2\sqrt{5}, y = -\sqrt{5}$

②  $x = -2\sqrt{5}, y = \sqrt{5}$

③  $x = \frac{5\sqrt{2}}{2}, y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

④  $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}, y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

⑤  $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}, y = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$

해설

$x^2 + xy - 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x + 2y) = 0$

i)  $x = y$  일 때

$x^2 + y^2 = 2y^2 = 25$

$y = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}, x = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}$

ii)  $x = -2y$  일 때

$x^2 + y^2 = 5y^2 = 25$

$y^2 = 5, y = \pm \sqrt{5}, x = \mp 2\sqrt{5}$  (복호동순)

$\therefore$  구하는 해는  $(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}), (-\frac{5\sqrt{2}}{2}, -\frac{5\sqrt{2}}{2}),$

$(-2\sqrt{5}, \sqrt{5}), (2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$

10.  $x$ 에 대한 두 이차방정식  $x^2 + 2x + k = 0$ ,  $x^2 + kx + 2 = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때,  $k$ 의 값은?

① -3      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

공통근을  $\alpha$ 라 하면

$\alpha^2 + 2\alpha + k = 0$ 이고  $\alpha^2 + k\alpha + 2 = 0$ 이므로

$\alpha^2 + 2\alpha + k = \alpha^2 + k\alpha + 2$

$(2 - k)\alpha + (k - 2) = 0$

따라서  $\alpha = 1$ 이고

$1 + 2 + k = 0$ 이므로  $k = -3$

11.  $2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1$  이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 상수  $m$  의 값은?

①  $-3$       ②  $-2$       ③  $0$       ④  $2$       ⑤  $3$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1 \\ &= 2x^2 - (3y + 3)x + my^2 + y + 1 \\ &\text{이 두 일차식의 곱으로 인수분해되므로} \\ &D = (3y + 3)^2 - 8(my^2 + y + 1) \\ &= 9y^2 + 18y + 9 - 8my^2 - 8y - 8 \\ &= (9 - 8m)y^2 + 10y + 1 \\ &\text{여기서 } D/4 = 25 - (9 - 8m) = 0 \text{ 이어야 하므로} \\ &25 - 9 + 8m = 0 \\ &8m = -16 \\ &\therefore m = -2 \end{aligned}$$

12.  $y = 0$ ,  $y = (k - 2)x^2 - 6(k - 1)x + 9k + 1$  을 동시에 만족하는  $(x, y)$  가 2개일 때, 정수  $k$ 의 최댓값은?

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

해설

$y = (k - 2)x^2 - 6(k - 1)x + 9k + 1$ 의 그래프는  $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.  
이 때, 방정식  $(k - 2)x^2 - 6(k - 1)x + 9k + 1 = 0$ 은 이차방정식이어야 하므로  $k - 2 \neq 0$   
 $\therefore k \neq 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$   
또, 이차방정식의 판별식을  $D$  라하면  $D > 0$ 이어야 하므로  
 $\frac{D}{4} = \{3(k - 1)\}^2 - (k - 2)(9k + 1) > 0$   
 $9(k^2 - 2k + 1) - (9k^2 - 17k - 2) > 0$   
 $-k + 11 > 0$   
 $\therefore k < 11 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$   
 $\textcircled{㉠}$ ,  $\textcircled{㉡}$ 에서  $k < 11$ ,  $k \neq 2$   
따라서, 정수  $k$ 의 최댓값은 10이다.



13.  $x = -3$  일 때 최댓값 4 를 갖고,  $y$  절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라 할 때, 상수  $a, b, c$  의 곱  $abc$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{16}{27}$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+3)^2 + 4 \\&= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\&= ax^2 + 6ax + 9a + 4\end{aligned}$$

$$9a + 4 = 2, \quad 9a = -2 \text{ 이므로 } a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

$$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$$

14. 두 함수  $f(x) = |x - 2| - 5$ ,  $g(x) = x^2 + 6x + 8$  에 대하여  $0 \leq x \leq 5$  에서  $y = g(f(x))$  의 최댓값과 최솟값을 각각  $M$ ,  $m$  라고 할 때,  $M + m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x) = |x - 2| - 5 = t$  로 놓으면  
 $y = g(f(x)) = g(t) = t^2 + 6t + 8 = (t + 3)^2 - 1$   
그런데  $0 \leq x \leq 5$  에서  $-5 \leq t \leq -2$  이므로  
 $y$  의 값은  $t = -5$  일 때 최대이고 최댓값은 3,  
 $t = -3$  일 때 최소이고 최솟값은 -1 이다.  
 $\therefore M = 3, m = -1$   
 $\therefore M + m = 2$

15. 태은이네 가게에서 판매하고 있는 상품의 1개당 판매가격을 원래의 가격보다  $x\%$  올리면 이 상품의 판매량은  $\frac{2}{3}x\%$  감소한다고 한다. 이 때, 판매 금액이 최대가 되게 하는  $x$ 의 값은?
- ① 10            ② 15            ③ 20            ④ 25            ⑤ 30

해설

원래의 상품1개당 판매 가격을  $a$ 원, 판매량을  $b$ 개라 하자.  
가격을  $x\%$  올리면 상품 1개당 판매 가격이  $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 판매량이  $b\left(1 - \frac{2x}{300}\right)$ 개이므로  
판매 금액은

$$\begin{aligned} & ab\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{2x}{300}\right) \\ &= ab \cdot \frac{100+x}{100} \cdot \frac{300-2x}{300} \\ &= \frac{ab}{30000}(100+x)(300-2x) \\ &= \frac{ab}{30000}(-2x^2 + 100x + 30000) \\ &= \frac{ab}{30000}\{-2(x-25)^2 + 31250\} \end{aligned}$$

따라서  $x = 25(\%)$  일 때 판매 금액은 최대가 된다.

16. 사차방정식  $x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx - 5 = 0$ 이  $x = -1 + \sqrt{2}$ 를 한 근으로 가질 때,  $2a - b$ 의 값을 구하여라. (단,  $a, b$ 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x = -1 + \sqrt{2}$ 에서  $x + 1 = \sqrt{2}$   
양변을 제곱하여 정리하면  $x^2 + 2x - 1 = 0$   
 $\therefore x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx - 5 = (x^2 + 2x - 1)(x^2 + cx + 5)$   
 $= x^4 + (2 + c)x^3 + (4 + 2c)x^2 + (10 - c)x - 5$   
 $\therefore 2 + c = 5, 4 + 2c = a, 10 - c = b$   
 $\therefore a = 10, b = 7, c = 3$



17. 연립방정식  $\begin{cases} x(y+z) = 10 \\ y(z+x) = 18 \\ z(x+y) = 24 \end{cases}$  의 해를  $x = \alpha, y = \beta, z = \gamma$  라 할 때,  
 $\alpha\beta\gamma$  의 값은?

- ①  $\pm 2$       ②  $\pm 4$       ③  $\pm 8$       ④  $\pm 16$       ⑤  $\pm 32$

해설

$$\begin{cases} x(y+z) = 10 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ y(z+x) = 18 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z(x+y) = 24 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} : 2(xy + yz + zx) = 52$

$\therefore xy + yz + zx = 26$

$\therefore xy = 2, yz = 16, zx = 8 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉤}$ 에서  $(xyz)^2 = 16^2 \therefore xyz = \pm 16$

$\therefore x = \alpha = \pm 1, y = \beta = \pm 2, z = \gamma = \pm 8$  (복부호동순)

$\therefore \alpha\beta\gamma = \pm 16$

18. 다음  $x$ 에 관한 두 개의 이차방정식  $\begin{cases} x^2 - 2x + a^2 = 0 \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 - ax + 2a = 0 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$

에서 공통근이 오직 한 개일 때,  $a$ 의 값과 공통근  $k$ 를 구하면?(단,  $a$ 는 실수)

- ①  $a = 0$ 일 때  $k = 0$ ,  $a = -1$ 일 때,  $k = 1$
- ②  $a = 2$ 일 때  $k = 1 \pm \sqrt{3}i$
- ③  $a = 1$ 일 때  $k = 1$ ,  $a = 2$ 일 때,  $k = 1$
- ④  $a = 3$ 일 때  $k = 2 \pm \sqrt{3}$
- ⑤  $a = 2$ 일 때  $k = -1$ ,  $a = 3$ 일 때,  $k = 1$

해설

공통근을  $x = k$ 라 하면  
 $k^2 - 2k + a^2 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$   
 $k^2 - ka + 2a = 0 \cdots \textcircled{㉡}$   
두 식을 빼주면,  $(k + a)(a - 2) = 0$   
 $\therefore a = 2$  또는  $k = -a$   
i)  $a = 2$ 일 때  
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 이 같아지므로 성립하지 않는다.  
ii)  $k = -a$ 일 때  
 $\textcircled{㉠}$ 에 넣으면  $a = 0$  또는  $a = -1$   
 $\begin{cases} a = 0 \text{ 이면 } k = 0 \\ a = -1 \text{ 이면 } k = 1 \end{cases}$

19.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 상수  $k$ 의 값의 합은?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하자

$\alpha + \beta = k, \alpha\beta = k + 3 \rightarrow \alpha + \beta + 3 = \alpha\beta$

$\alpha\beta - \alpha - \beta = 3$

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = 4$   $\alpha, \beta$ 는 정수이므로

$1 \times 4 \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 5, \quad k = 7$

$2 \times 2 \Rightarrow \alpha = 3, \beta = 3, \quad k = 6$

$-1 \times -4 \Rightarrow \alpha = 0, \beta = -3, \quad k = -3$

$-2 \times -2 \Rightarrow \alpha = -1, \beta = -1, \quad k = -2$

$\therefore 7 + 6 - 3 - 2 = 8$

20.  $x$ 보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를  $[x]$ ,  $x$ 보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를  $\langle x \rangle$ 로 나타낼 때, 방정식  $[x] + \langle x \rangle = 7$ 의 해를 구하면?

①  $\frac{7}{2}$

②  $3 \leq x \leq 4$

③  $3 \leq x < 4$

④  $3 < x \leq 4$

⑤  $3 < x < 4$

해설

$x$ 가 정수  $k$ 일 때,  
 $[x] = \langle x \rangle = k$   
 $k < x < k + 1$ 일 때,  
 $[x] = k, \langle x \rangle = k + 1$   
따라서  $[x] + \langle x \rangle = 7$ 이고  
 $[x], \langle x \rangle$ 는 정수이므로  
 $[x] = 3, \langle x \rangle = 4$  ( $\because [x] \leq \langle x \rangle$ )  
 $\therefore 3 < x < 4$



21.  $x$ 에 관한 삼차방정식  $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라고 할 때,  $(1 - \alpha^3)(1 - \beta^3)(1 - \gamma^3)$ 의 값은?

- ① 4                      ② 2                      ③ 0                      ④ -1                      ⑤ -2

해설

$x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ 에서 근과 계수와의 관계에 의해  
 $\alpha + \beta + \gamma = -1, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 1, \alpha\beta\gamma = -1$   
또한  $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ 의 양변에  $x - 1$ 를 곱하면  
 $(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1) = 0, \quad x^4 = 1$   
 $\therefore \alpha^4 = \beta^4 = \gamma^4 = 1, \quad \alpha^3 = \frac{1}{\alpha}, \beta^3 = \frac{1}{\beta}, \gamma^3 = \frac{1}{\gamma}$   
 $\therefore (\text{준식}) = (1 - \frac{1}{\alpha})(1 - \frac{1}{\beta})(1 - \frac{1}{\gamma}) = 1 - (\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}) + (\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha}) - \frac{1}{\alpha\beta\gamma}$   
 $= 1 - \frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} + \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} - \frac{1}{\alpha\beta\gamma} = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

해설

$x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ 을 인수분해 하면  $(x + 1)(x^2 + 1) = 0$   
그러므로  $\alpha = -1, \beta = i, \gamma = -i$ 라 놓을 수 있다.(순서를 바꾸어도 상관 없음)  
 $(1 - \alpha^3)(1 - \beta^3)(1 - \gamma^3) = (1 + 1)(1 + i)(1 - i)$   
 $= 2(1 + 1) = 4$

22. 연립방정식  $x^2 + y^2 = 5(xy - 1) = 10xy - 5(x + y)$  의 해를 꼭지점으로 하는 도형의 넓이를 구하면?

- ① 1
- ②  $\frac{3}{2}$
- ③ 2
- ④  $\frac{5}{2}$
- ⑤ 3

해설

$(x + y)^2 - 2xy = 5(xy - 1) = 10xy - 5(x + y)$  에서  
 $x + y = u, xy = v$  라 놓으면

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 5(v - 1) \\ 5(v - 1) = 10v - 5u \end{cases} \text{ 에서 } \begin{cases} u^2 = 7v - 5 \\ v = u - 1 \end{cases} \text{ 을 풀면}$$

$$\therefore \begin{cases} u = 3 \\ v = 2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} u = 4 \\ v = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases} \quad \dots\dots \text{㉠}$$

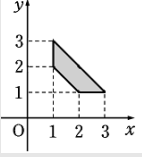
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 3 \end{cases} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠의  $x, y$  는  $t^2 - 3t + 2 = 0$  의 근이므로

$(x, y) = (1, 2), (2, 1)$

㉡의  $x, y$  는  $t^2 - 4t + 3 = 0$  의 근이므로

$(x, y) = (1, 3), (3, 1)$



구하는 도형은 그림의 사각형이다.

$$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$