

1. $ax + b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a + b)x < 5b$ 의 해는?

① $x > 5$

② $x > 10$

③ $x < 1$

④ $x < 5$

⑤ $x < 10$

해설

$ax + b > 0$ 에서 $ax > -b$

해가 $x < 2$ 이므로

$a < 0 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$

$-\frac{b}{a} = 2 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$

㉡을 정리하면 $b = -2a \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

㉢에서 $b = -2a$ 를 $(a + b)x < 5b$ 에 대입하면

$(a - 2a)x < 5 \cdot (-2a), -ax < -10a$

㉠에서 $a < 0$ 이므로 $x < 10$

2. 연립부등식 $\begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ 2x > a \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수가 5개일 때, a 의 값의 범위는?

① $a > -6$

② $-8 < a \leq -6$

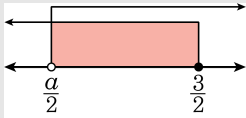
③ $a < -8$

④ $-8 \leq a < -6$

⑤ $-8 \leq a \leq -6$

해설

x 의 범위가 그림과 같을 때 5 개의 정수해를 갖는다.



$-4 \leq \frac{a}{2} < -3$ 양변에 2 을 곱하면 $-8 \leq a < -6$

3. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$$

$$45 < 3x < 55$$

$$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$$

$$\therefore x = 16, 17, 18$$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15, 17, 19 이다.

4. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$$2x - a < -7 \quad \text{또는} \quad 2x - a > 7$$

$$\therefore x < \frac{a-7}{2} \quad \text{또는} \quad x > \frac{a+7}{2}$$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$$\frac{a-7}{2} = -1, \quad \frac{a+7}{2} = b$$

$$\therefore a = 5, \quad b = 6$$

$$\therefore a + b = 11$$

5. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

6. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$

② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$

③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$

⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$$

$$x^2 - 7x + 10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

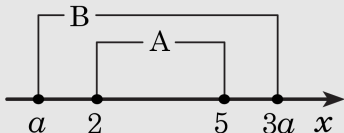
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

7. $2x - 1 > 0$, $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

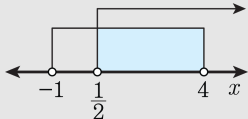
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3개다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x - 0.5 \leq 0.4 \\ x - 3 > -2(9 + x) \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 는 모두 몇 개인가?

① 9개

② 8개

③ 7개

④ 6개

⑤ 5개

해설

$$\begin{cases} 0.3x - 0.5 \leq 0.4 \\ x - 3 > -2(9 + x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 5 \leq 4 \\ x - 3 > -18 - 2x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > -5 \end{cases}$$

$$\therefore -5 < x \leq 3$$

9. 연립부등식 $\begin{cases} -2x + 4 > x + 7 \\ 3x + 3 \leq a \end{cases}$ 의 해가 $x \leq -5$ 일 때, a 의 값은

얼마인가?

① 8

② 9

③ 12

④ -11

⑤ -12

해설

$$-2x + 4 > x + 7$$

$$-2x - x > 7 - 4$$

$$-3x > 3$$

$$\therefore x < -1$$

$$3x + 3 \leq a$$

$$3x \leq a - 3$$

$$\therefore x \leq \frac{a - 3}{3}$$

따라서 $\frac{a - 3}{3} = -5$ 이므로 $a = -12$ 이다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 9 < 6x \\ 4x + 12 > 8x + 12a \end{cases}$ 의 해가 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a > -2$

③ $a \leq -2$

④ $a < 2$

⑤ $a > 2$

해설

① $3x - 9 < 6x, x > -3$

② $4x + 12 > 8x + 12a, x < -3a + 3$

해가 존재하려면 $-3a + 3 > -3, a < 2$

11. 어떤 정수에 3 을 곱하고 5 를 더하면 14 보다 크고, 원래 정수에 4 배하고 2 를 빼면 18 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

어떤 정수를 x 라고 하고, 문제의 조건에 따라 두 개의 식을 만든다. “어떤 정수에 3 을 곱하고 5 를 더하면 14 보다 크고”을 식으로 표현하면, $3x + 5 > 14$ 이다. “원래 정수에 4 배하고 2 를 빼면 18 보다 작다”를 식으로 표현하면, $4x - 2 < 18$ 이다. 두

개의 식을 연립방정식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 3x + 5 > 14 \\ 4x - 2 < 18 \end{cases}$$
 이고, 이

를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x > 3 \\ x < 5 \end{cases}$$
 이다. 따라서 어떤 정수는 $3 < x < 5$

이므로 4이다.

12. 다각형의 내각의 합이 600° 이상 750° 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 육각형

해설

다각형의 내각의 합: $180^\circ(n - 2)$

$$600^\circ \leq 180^\circ(n - 2) \leq 750^\circ$$

$$600^\circ \leq 180^\circ n - 360^\circ \leq 750^\circ$$

$$960^\circ \leq 180^\circ n \leq 1110^\circ$$

$$5.3\cdots \leq n \leq 6.16\cdots$$

$$\therefore n = 6$$

13. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ② $a < b$ 일 때, $x \leq -1$, $x \leq 3$ 이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
- ⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

ii) $a > b$ 이면

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 3$$

14. 이차부등식 $x^2 - 2(k+2)x + 16 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 실수 k 의 값을 정하면?

① $-4 < k < 2$

② $-6 \leq k \leq 2$

③ $-8 < k < 4$

④ $-6 < k < 2$

⑤ $-4 \leq k \leq 2$

해설

항상 0보다 크려면 판별식이 0보다 작아야 한다

$$D' = (k+2)^2 - 16 < 0 \text{에서}$$

$$k^2 + 4k - 12 < 0$$

$$(k-2)(k+6) < 0$$

$$\therefore -6 < k < 2$$

15. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2 + 4) \geq 2x(a + 1)$ 이 성립할 때, 실수 a 의 조건은?

① $a < -\frac{1}{3}, a > 1$

② $a \leq -\frac{1}{3}$

③ $a \geq 1$

④ $-\frac{1}{3} \leq a \leq 1$

⑤ $a = 0, 1$

해설

주어진 식을 정리하면

$$f(x) = ax^2 - 2(a+1)x + 4a \geq 0$$

$a = 0$ 일 때 $f(x) = -2x < 0$ 인 부분이 있고,

$a < 0$ 이면 $f(x) < 0$ 인 부분이 있다.

따라서 모든 x 에 대하여 성립하려면 $a > 0$

$$D/4 = (a+1)^2 - 4a^2 \leq 0$$

$$\therefore 3a^2 - 2a - 1 \geq 0$$

$$(3a+1)(a-1) \geq 0$$

$$\therefore a \geq 1, a \leq -\frac{1}{3}$$

$a > 0$ 이므로 $a \geq 1$

16. $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 5$ 일 때, $ax^2 - bx + c - 2b > 0$ 의 해를 구하면?

① $x < -1, x > 4$

② $x < -4, x > 1$

③ $-1 < x < 4$

④ $-4 < x < 1$

⑤ $-4 < x < -1$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 5$ 이면

$a < 0$, 해가 $-2 < x < 5$ 인 부등식은

$$(x+2)(x-5) < 0$$

$x^2 - 3x - 10 < 0$ 에 a 를 곱하면

$$ax^2 - 3ax - 10a > 0 \quad (\because a < 0)$$

$$\therefore b = -3a, c = -10a \text{를}$$

$ax^2 - bx + c - 2b > 0$ 에 대입

$$\therefore ax^2 + 3ax - 10a + 6a > 0$$

$$ax^2 + 3ax - 4a > 0$$

(a 로 나누면 $a < 0$ 이므로)

$$x^2 + 3x - 4 < 0, (x-1)(x+4) < 0$$

$$\therefore -4 < x < 1$$

17. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 2$ 일 때, 이차부등식 $ax^2 + 3(b+c)x - 10(b-c) < 0$ 의 해는?

① $x \leq -1$

② $-1 < x < 0$

③ $0 < x < 10$

④ $-1 < x < 10$

⑤ $x > 10$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가

$x < -1$ 또는 $x > 2$ 이므로 $a > 0$

해가 $x < -1$ 또는 $x > 2$ 이고

이차항의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x+1)(x-2) > 0 \therefore x^2 - x - 2 > 0$$

따라서 $a = 1, b = -1, c = -2$ 이므로

$ax^2 + 3(b+c)x - 10(b-c) < 0$ 에 대입하면

$$x^2 - 9x - 10 < 0, (x+1)(x-10) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 10$$

18. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 6

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$$

$f(4x-1)$ 는 $f(x)$ 의 x 대신 $4x-1$ 를 대입한 것과 같으므로

$$f(4x-1) = k(4x-1-\alpha)(4x-1-\beta) = 0 \text{의 근은}$$

$$x = \frac{\alpha+1}{4}, \frac{\beta+1}{4}$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } \frac{\alpha+1+\beta+1}{4} = \frac{6+2}{4} = 2$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$$

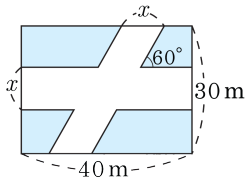
$$f(4x-1) = 0 \text{에서}$$

$$4x-1 = \alpha, 4x-1 = \beta$$

$$\therefore x = \frac{\alpha+1}{4}, x = \frac{\beta+1}{4},$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } \frac{\alpha+1+\beta+1}{4} = \frac{6+2}{4} = 2$$

19. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 60° 로 교차하도록 만들었다. 이때, 남은 땅의 넓이가 600 m^2 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



① 4m

② 6m

③ 8m

④ 10m

⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면

$$S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$$

$$\therefore x^2 - 70x + 600 \geq 0$$

$(x - 10)(x - 60) \geq 0$ 에서 $x \leq 10$ 또는

$x \geq 60$ ($0 < x < 30$) 이 된다.

그러므로 도로폭의 최대 길이는

$0 < x \leq 10$ 이므로 10m이다.

20. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$ 이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

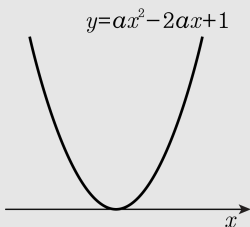
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면

$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$

(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0 \text{ 에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

(i), (ii)에서 $a = 1$

21. 모든 실수 x 에 대하여 곡선 $y = x^2 + (k - 2)x + 3$ 의 그래프가 직선 $y = x + 2$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있기 위한 실수 k 의 값의 범위는?

① $1 < k < 5$

② $1 \leq k \leq 5$

③ $k \leq -1, k \leq 5$

④ $k < 1, k > 5$

⑤ $k \leq 1, k \geq 5$

해설

곡선의 그래프가 직선의 그래프보다 위쪽에 있으려면 $x^2 + (k - 2)x + 3 > x + 2$

$$\therefore x^2 + (k - 3)x + 1 > 0$$

위의 부등식이 항상 만족해야 하므로

방정식 $x^2 + (k - 3)x + 1 = 0$ 의 판별식 D 가 $D < 0$ 이어야 한다.

$$D = (k - 3)^2 - 4 < 0$$

$$k^2 - 6k + 5 < 0$$

$$\therefore 1 < k < 5$$

22.
$$\begin{cases} (x-4)(x-2) \geq 0 \\ x^2 - x - 12 < 0 \end{cases}$$
 을 만족하는 해의 범위가

$a < x \leq b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 0

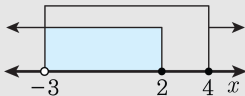
④ 2

⑤ 4

해설

$$(x-4)(x-2) \geq 0, x \leq 2, x \geq 4$$

$$(x+3)(x-4) < 0, -3 < x < 4$$



$$\therefore -3 < x \leq 2$$

$$a = -3, b = 2$$

$$\therefore a + b = -1$$

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

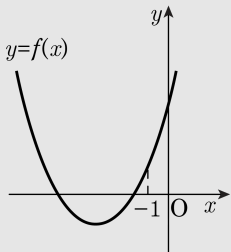
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

$$\text{이상에서 } -7 < k < -1$$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3개다.

24. 연립부등식 $\begin{cases} 1 < x + 5y < 5 \\ -2 < 2x + 7y < 3 \end{cases}$ 을 성립시키는 정수로 이루어진

순서쌍 (x, y) 중 $x + y$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + 2m$ 의 값을 구하면?

① -9

② -13

③ -18

④ -22

⑤ -26

해설

$$1 < x + 5y < 5 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$-2 < 2x + 7y < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} \times (-2) + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$-10 < -2x - 10y < -2 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$-2 < 2x + 7y < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉢} + \textcircled{㉡} = -12 < -3 < 1$$

$$\text{그러므로, } -\frac{1}{3} < y < 4$$

그런데, y 는 정수이므로 $y = 0, 1, 2, 3$

이것을 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 대입하여 적합한 x 의 값을 구하면

$$(x, y) = (-3, 1), (-6, 2), (-7, 2), (-11, 3)$$

따라서, $x + y$ 의 최댓값은 $-3 + 1 = -2$ 이고,

최솟값은 $-11 + 3 = -8$ 이다.

$$\therefore M = -2, m = -8 \therefore M + 2m = -18$$

25. $a < 0$ 이고 $a + b = 0$ 일 때, 부등식 $(a - b)x - a - 2b < 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{2}$

② $x > -\frac{1}{2}$

③ $x > 2$

④ $x < -2$

⑤ $x > 1$

해설

$a + b = 0$ 에서 $b = -a$ 를 부등식에 대입하면

$$(a + a)x - a + 2a < 0, \quad 2ax + a < 0, \quad 2ax < -a$$

$$\therefore x > -\frac{1}{2} (\because 2a < 0)$$

26. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \end{cases}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \text{의 양변에 } 6 \text{ 을 곱하면 } 2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x,$$

$$4x + 8 \geq 3x - 6 - 6x,$$

$$x \geq -2$$

$$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \text{의 양변에 } 10 \text{ 을 곱하면 } 3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3,$$

$$6x - 9 \leq 2x + 12 + 3,$$

$$x \leq 6$$

$$1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \text{의 양변에 } 10 \text{ 을 곱하면}$$

$$12x - 5 < 8x + 6,$$

$$4x < 11,$$

$$x < \frac{11}{4}$$

연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 1, 2 의 2 개이다.

27. 등식 $2(x+2y)+1=-x+3y$ 이 성립한다고 할 때, $-1 < 2x+y < 1$ 을 만족하는 정수 x, y 를 구하려고 한다. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

[풀이]

$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면 $y = (\text{㉠})$ 이 된다.

$-1 < 2x+y < 1$ 를 풀 때 y 대신 $y = (\text{㉠})$ 를 대입하면 $-1 < -x-1 < 1$ 이 된다.

부등식을 풀면 $-2 < x < 0$ 이 되므로 정수인 x 는 (㉡) 이 된다.

x 값을 (㉠) 에 대입하면 $y = (\text{㉢})$ 가 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ $-3x-1$

▷ 정답 : ㉡ -1

▷ 정답 : ㉢ 2

해설

$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면

$$2(x+2y)+1=-x+3y$$

$$2x+4y+1=-x+3y$$

$$4y-3y=-x-2x-1$$

$$y=-3x-1$$

$-1 < 2x+y < 1$ 에 y 대신 $y=-3x-1$ 를 대입하면

$$-1 < 2x+(-3x-1) < 1$$

$$-1 < -x-1 < 1$$

$$0 < -x < 2$$

$$-2 < x < 0$$

정수인 x 는 -1 이 된다.

x 값을 $y=-3x-1$ 에 대입하면 $y=2$ 이다.

28. 부등식 $a(x^2 - 2x + 1) > 2(x^2 - 2x - 2)$ 를 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 상수 a 의 범위는?

① $a > 2$

② $a \geq 2$

③ $a < 2$

④ a 는 모든 실수

⑤ $a < \pm 2$

해설

$a = 2$ 일 때, $6 > 0$ 이므로 x 는 모든 실수

$a \neq 2$ 일 때,

$$(a-2)x^2 - 2(a-2)x + a+4 = 0 \cdots \textcircled{7} \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = (a-2)^2 - (a-2)(a+4) = -6(a-2) \text{이므로}$$

i) $a > 2$ 이면, x 는 모든 실수

ii) $a < 2$ 이면, $\frac{D}{4} > 0$ 이므로 $\textcircled{7}$ 의 근을

$\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면

부등식의 해는 $\alpha < x < \beta$ 이므로 x 값이 존재한다.

$\therefore a$ 는 모든 실수

29. 부등식 $|x^2 - 1| + 3x < 3$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 상수 $\alpha + \beta$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

절댓값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값을 경계로 하여 구간을 나누어 본다.

$$(i) \ x^2 - 1 \geq 0,$$

즉 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 일 때,

$$|x^2 - 1| = x^2 - 1 \text{ 이므로 주어진 부등식은}$$

$$x^2 - 1 + 3x < 3, \ x^2 + 3x - 4 < 0$$

$$(x + 4)(x - 1) < 0$$

$$\therefore -4 < x < 1$$

이 때 조건에서 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 이므로

이를 만족하는 x 값의 범위는 $-4 \leq x \leq -1$

$$(ii) \ x^2 - 1 < 0,$$

즉 $-1 < x < 1$ 일 때,

$$|x^2 - 1| = -x^2 + 1 \text{ 이므로 주어진 부등식은}$$

$$-x^2 + 1 + 3x < 3, \ x^2 - 3x + 2 > 0$$

$$(x - 1)(x - 2) > 0$$

$$\therefore x < 1 \text{ 또는 } x > 2$$

이 때 조건에서 $-1 < x < 1$ 이므로

이를 만족하는 x 의 값의 범위는 $-1 < x < 1$

(i), (ii)로부터 주어진 부등식의 해는 $-4 < x < 1$

따라서 $\alpha = -4, \beta = 1, \alpha + \beta = -3$

30. 임의의 실수 x, y 에 대하여 부등식 $x^2 + 4xy + 4y^2 + 10x + ay + b > 0$ 이 항상 성립 할 때, 실수 a, b 의 조건으로 바른 것은?

① $a \neq 20, b < 25$

② $a = 20, 0 < b < 25$

③ $a = 20, b > 25$

④ $0 < a < 20, b > 25$

⑤ $0 < a \leq 20, 0 \leq b \leq 25$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리한다

$$\Rightarrow x^2 + 2(2y + 5)x + 4y^2 + ay + b > 0$$

항상 성립하려면 판별식이 0보다 작아야 한다

$$D' = (2y + 5)^2 - (4y^2 + ay + b) < 0$$

$$\Rightarrow (20 - a)y + 25 - b < 0$$

임의의 x, y 에 대해 성립하려면, $a = 20, b > 25$

31. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $|x - 2| < \sqrt{3}$ 의 해와 같을 때,
이차부등식 $cx^2 + (b + c)x + (a + b + 5c) > 0$ 의 해를 구하면?

① $0 < x < 1$

② $1 < x < 2$

③ $2 < x < 3$

④ $3 < x < 4$

⑤ $4 < x < 5$

해설

$$|x - 2| < \sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x - 2 < \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} < x < 2 + \sqrt{3}$$

$$ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 (\because a < 0)$$

$$-\frac{b}{a} = 4, \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow b = -4a, c = a$$

그러면 주어진 식 $cx^2 + (b + c)x + (a + b + 5c) > 0$ 에서

$$ax^2 + (-4a + a)x + a - 4a + 5a > 0$$

$$ax^2 - 3ax + 2a > 0 (\because a < 0)$$

$$x^2 - 3x + 2 < 0$$

$$(x - 2)(x - 1) < 0$$

따라서 $1 < x < 2$

32. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이 항상 성립되게 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 4

② 3

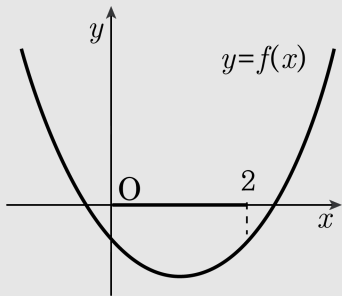
③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 로 놓을 때
주어진 부등식의 해가 0, 2 를 포함 하려면
 $f(0) \leq 0, f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(2) = -2a + a^2 \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡의 공통 범위는 $0 \leq a \leq 2$

따라서 $M = 2, m = 0$ 이므로 $M - m = 2$

33. x 에 대한 두 부등식 $x^2 + (a-1)x < a$, $6x^2 - x - 1 > 0$ 을 동시에 만족하는 정수가 꼭 두 개 존재할 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$ ② $-3 \leq a < -2$, $3 < a \leq 4$
 ③ $-2 \leq a < -1$, $4 < a \leq 5$ ④ $-4 < a \leq -3$, $2 \leq a < 3$
 ⑤ $-3 < a \leq -2$, $3 \leq a < 4$

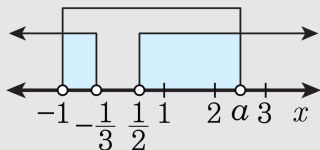
해설

$$6x^2 - x - 1 = (2x-1)(3x+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \text{ 또는 } x < -\frac{1}{3} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 + (1-a)x - a = (x+1)(x-a) < 0$$

(i) $a > -1$ 이면 $-1 < x < a \dots\dots \textcircled{㉡}$

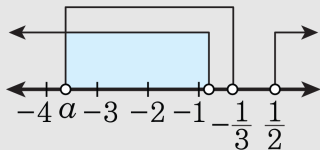


㉠과 ㉡의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 1과 2)

$$2 < a \leq 3$$

(ii) $a = -1$ 이면 해가 없다.

(iii) $a < -1$ 이면 $a < x < -1 \dots\dots \textcircled{㉢}$



㉠, ㉢의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 -3과 -2)

$$\therefore -4 \leq a < -3$$

(i), (ii), (iii)에서 $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$

34. 방정식 $x^2 + px + 2p + 1 = 0$ 의 두 근 중 한 근은 -1 보다 작고 다른 근은 1 보다 클 때, 실수 p 의 값의 범위는 ?

① $p > -2$

② $p > -1$

③ $p < -2$

④ $p < -1$

⑤ $p < 1$

해설

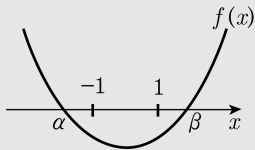
$f(x) = x^2 + px + 2p + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

(i) $f(-1) = p + 2 < 0 \therefore p < -2 \dots$

①

(ii) $f(1) = 3p + 2 < 0 \therefore p < -\frac{2}{3} \dots$ ②

①, ② 에서 $p < -2$



35. 이차방정식 $x^2 + ax + 2a - 3 = 0$ 의 두 근이 $-2, 1$ 사이에 있을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $\frac{2}{3} < a \leq 2$

② $-2 < a < 4$

③ $-4 \leq a \leq 2$

④ $\frac{2}{3} < a \leq 4$

⑤ $a \geq 6$

해설

$f(x) = x^2 + ax + 2a - 3$ 으로 놓으면
이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근이 -2 와 1
사이에 있으므로

(i) $D = a^2 - 4(2a - 3) \geq 0$ 에서
 $a^2 - 8a + 12 \geq 0$, $(a - 2)(a - 6) \geq 0$
 $\therefore a \leq 2$ 또는 $a \geq 6$

(ii) $f(-2) = 4 - 2a + 2a - 3 > 0$ 에서
 $1 > 0$ 이므로 항상 성립한다.

(iii) $f(1) = 1 + a + 2a - 3 > 0$ 에서

$3a > 2 \quad \therefore a > \frac{2}{3}$

(iv) 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 축의
방정식이 $x = -\frac{a}{2}$ 이므로

$-2 < -\frac{a}{2} < 1$

$\therefore -2 < a < 4$

따라서 a 의 값의 범위는 $\frac{2}{3} < a \leq 2$

36. 이차방정식 $ax^2 - (a+1)x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $-1 < \alpha < 0$, $2 < \beta < 3$ 이 성립하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면? (단, $a > 0$)

① $\frac{2}{3} < a < 1$

② $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$

③ $\frac{3}{2} < a < 2$

④ $\frac{3}{2} < a < \frac{5}{2}$

⑤ $\frac{3}{2} < a < 3$

해설

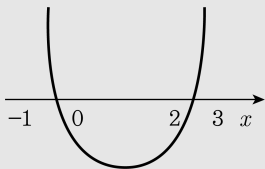
$f(0) = -1 < 0$ 이므로 $y = ax^2 - (a+1)x - 1$ 의
그래프는 다음 그림과 같다.

$f(-1) = a + (a+1) - 1 > 0$ 에서
 $a > 0 \dots \textcircled{\Gamma}$

$f(2) = 4a - 2(a+1) - 1 < 0$ 에서 $a < \frac{3}{2} \dots \textcircled{\text{L}}$

$f(3) = 9a - 3(a+1) - 1 > 0$ 에서 $a > \frac{2}{3} \dots \textcircled{\text{E}}$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$ 에서 $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$



37. a, b, c 는 실수이고, $a(a+b+c) > 0$, $a(b+2a) < 0$ 을 만족시킬 때,
 ab 가 0, $b(a+b+c)$ 나 0이다. 가, 나에 알맞은 기호를 차례로 쓰면?

① $<, <$

② $<, >$

③ $>, >$

④ $>, <$

⑤ 결정할 수 없다.

해설

$a(a+b+c) > 0$ 에서 $a \neq 0$, $a+b+c \neq 0$ 임을 알 수 있다.

한편 $a(b+2a) = ab + 2a^2 < 0$ 에서 $ab < -2a^2 < 0$ 이므로
 $ab < 0$ 이다.

또 $ab < 0$ 이므로 $ab(a+b+c)^2 < 0$ 에서
 $\{a(a+b+c)\} \{b(a+b+c)\} < 0$ 이다.

그런데, $a(a+b+c) > 0$ 이므로 $b(a+b+c) < 0$ 이다.

38. 연립부등식 $5x - 8 < 3x + 8$, $x - 5 > -2a$ 를 만족하는 x 중 자연수들의 합이 22 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$5x - 8 < 3x + 8$ 을 풀면 $x < 8$

$x - 5 > -2a$ 를 풀면 $x > -2a + 5$

$\therefore -2a + 5 < x < 8$

이 부등식을 만족하는 자연수 x 의 합이 22 이므로

$x = 4, 5, 6, 7$

따라서 $3 \leq -2a + 5 < 4$ 이어야 하므로

$\frac{1}{2} < a \leq 1$

그런데 a 가 자연수이므로 $a = 1$ 이다.

39. 부등식 $k - 1 > \left| \frac{1}{2}x - 1 \right|$ 의 해가 존재하기 위한 상수 k 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 1$

해설

$$k - 1 > \left| \frac{1}{2}x - 1 \right| \text{ 에서}$$

$$-k + 1 < \frac{1}{2}x - 1 < k - 1$$

$$-k + 2 < \frac{1}{2}x < k$$

$$-2k + 4 < x < 2k$$

이 때, 부등식의 해가 존재하기 위해서는

$$-2k + 4 < 2k$$

$$\therefore k > 1$$

41. 4% 소금물 300g 과 8% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 8% 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는가?

① 600g

② 700g

③ 800g

④ 900g

⑤ 1000g

해설

8%의 소금물의 양을 x g 이라 하면

$$\frac{4}{100} \times 300 + \frac{8}{100} \times x \geq \frac{7}{100} \times (300 + x)$$

$$1200 + 8x \geq 2100 + 7x$$

$$8x - 7x \geq 2100 - 1200$$

$$\therefore x \geq 900$$

42. 지현이는 친구들과 놀이동산에서 관람차를 타기로 했다. 관람차 한 칸에 6 명씩 타면 8 명이 남고, 7 명씩 앉으면 마지막 칸에는 3 명 이상 5 명 이하가 타게 된다고 한다. 다음 중 관람차의 칸 수가 될 수 없는 것을 모두 골라라.

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

관람차가 x 칸으로 이루어져 있다고 하면, 사람 수는 $6x+8$ 이다. 7 명씩 탈 경우 $x-1$ 칸 까지는 7 명씩 타지만 마지막 칸에는 3 명 이상 5 명 이하가 타게 된다. 3 명만 탈 경우를 식으로 나타내면, $7(x-1)+3$ 이고, 5 명이 탈 경우를 식으로 나타내면 $7(x-1)+5$ 이다. 사람 수는 관람차에 7 명씩 타고 마지막 칸 만 3 명 이상일 경우와 5 명 이하일 경우의 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $7(x-1)+3 \leq 6x+8 \leq 7(x-1)+5$ 이다. 이를 연립부등식으로 나

$$\text{타내면} \begin{cases} 7(x-1)+3 \leq 6x+8 \\ 6x+8 \leq 7(x-1)+5 \end{cases} \quad \text{간단히 정리하면} \begin{cases} x \leq 12 \\ x \geq 10 \end{cases}$$

$$10 \leq x \leq 12$$

따라서 관람차는 10 또는 11 또는 12 칸 이다.

43. 9 시에 문을 여는 극장에 8 시 30 분부터 1 분에 10 명씩 사람들이 몰려와 줄을 서기 시작하고, 이후에도 계속 시간당 같은 인원이 꾸준히 극장에 온다. 9 시부터 3 개의 표 발매 창구에서 표를 팔면 9 시 15 분에 줄 서 있는 사람이 없어질 것으로 예상된다. 이때, 줄 서 있는 사람이 없어지는 시간을 7 분 앞당기려면 발매 창구를 최소 몇 개 더 열어야 하는지 구하여라. (단, 창구 하나당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

9 시에 발매를 시작하기 전에 이미 줄 서 있는 사람 수가 $30 \times 10 = 300$ (명) 이고

1 분 동안 발매하는 표가 x 장이라고 하면

3 개의 발매 창구에서 표를 팔면 15 분 동안 모두 판매하므로

$$3 \times 15x = 300 + 15 \times 10 \quad 45x = 450 \quad \therefore x = 10,$$

한편 모두 판매하는 시간을 7 분 앞당기면 8 분 동안 모두 판매해야 하므로

발매 창구의 개수를 a 개라 하면

$$a \times 10 \times 8 \geq 300 + 10 \times 8, 80a \geq 380$$

$$\therefore a \geq \frac{19}{4}$$

따라서 발매창구가 적어도 5 개 있어야 하므로 최소 2 개의 발매 창구를 더 열어야 한다.

44. 실수 a, b, c 에 대하여 $a < b < c$ 일 때, 부등식 $|x-a| < |x-b| < |x-c|$ 를 만족시키는 x 의 범위는?

① $b < x < c$

② $\frac{1}{2}(b+c) < x$

③ $x < \frac{1}{2}(b+c)$

④ $\frac{1}{2}(a+b) < x < b$

⑤ $x < \frac{1}{2}(a+b)$

해설

$|x-a| < |x-b|$ 의 양변을 제곱하면

$$x^2 - 2ax + a^2 < x^2 - 2bx + b^2 \text{에서}$$

$$2(a-b)x > (a-b)(a+b)$$

$$\therefore x < \frac{a+b}{2} (\because a-b < 0) \dots\dots ①$$

또, $|x-b| < |x-c|$ 의 양변을 제곱하여

$$\text{정리하면 } x < \frac{b+c}{2} \dots\dots ②$$

$\therefore$ ①, ②를 동시에 만족하는

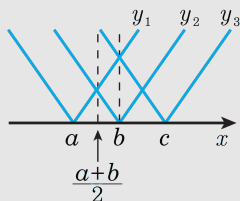
$$x \text{의 범위는 } x < \frac{a+b}{2}$$

해설

$y_1 = |x-a|$, $y_2 = |x-b|$, $y_3 = |x-c|$ 라 하고 각각의 그래프를 그리면 그래프에서 $y_1 < y_2 < y_3$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위는

$y = x-a$ 와 $y = -x+b$ 의 교점 $x = \frac{1}{2}(a+b)$ 보다 작을 때이다.

$$\therefore x < \frac{1}{2}(a+b)$$



45. x, y, z 는 실수이고, 두 관계식 $x+y+z=2, 2x^2-yz=4$ 를 만족시킨다.
이 때 $xy+yz+zx$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

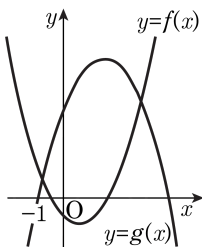
$y+z=2-x, yz=2x^2-4$ 에서
 y, z 를 두근으로 하는 이차방정식은
 $t^2 - (2-x)t + 2x^2 - 4 = 0$ 이므로

$$D = (2-x)^2 - 4(2x^2-4) \geq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{10}{7}$$

따라서 $xy+yz+zx = yz + (y+z)x$
 $= (2x^2-4) + (2-x)x$
 $= (x+1)^2 - 5$ 에서 $x = -1$ 일 때 최솟값 -5

46. 이차함의 계수가 각각 1, -1 인 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프는 다음의 그림과 같다. 부등식 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 이고 $f(2) = 1$ 일 때, $g(1)$ 의 값은?



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$y = f(x)$ 의 y 절편이 -1 이므로 $f(x) = x^2 + ax - 1$ 로 놓을 수 있다.

$$f(2) = 2a + 3 = 1 \text{ 에서 } a = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 - x - 1$$

$g(x) = -x^2 + bx + c$ 로 놓으면 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 이므로

$$f(x) - g(x) = 2x^2 - (1+b)x - 1 - c = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$$

따라서, $1+b = 4$, $-1-c = -6$ 에서

$$b = 3, c = 5$$

$$\therefore g(x) = -x^2 + 3x + 5$$

$$\therefore g(1) = 7$$