1. 다항식 x^3-2를 x^2-2로 나눈 나머지는?

① 2 ② -2 ③ $-2x-2$

④ $2x+2$ ⑤ $2x-2$

해설

$$\frac{x^3-2}{x^2-2}=\frac{x^3-2x+2x-2}{x^2-2}=x+\frac{2x-2}{x^2-2}$$

$\therefore$ 몫은 x, 나머지는 $2x-2$

2. 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1,\ x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$ ② $-x+3$ ③ $x-3$

④ $-x-3$ ⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1,\ x-2$로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1,\ x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2,\ f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

3. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$을 일차식 $x - 1$로 나누어 떨어지도록 a의 값을 정하면?

① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

해설

$f(1) = 1 + a + 3 = 0$, $a = -4$

4. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$가 되었다. 이 때, a, b, c를 순서대로 쓴 것은?

① $-1,\ 0,\ 1$ ② $-1,\ 1,\ 2$ ③ $-2,\ -1,\ 1$

④ $-1,\ -1,\ -2$ ⑤ $-1,\ 2$

해설

$$x^2-2x-y^2+2y=(x+y)(x-y)-2(x-y)$$
$$=(x-y)(x+y-2)$$

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ c=-2$

5. 다항식 $(x-1)^3+27$을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$

② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$

④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$을 A로 치환하면

준 식 $=A^3+27=(A+3)(A^2-3A+9)$

다시 $x-1$을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

6. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해 하였더니 $(x+ay)(x-by+c)$가 된다고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

x^2-2x-y^2+2y

$=(x^2-y^2)-2(x-y)$

$=(x+y-2)(x-y)$

$=(x+ay)(x-by+c)$

계수를 비교하면

$a=-1, b=-1, c=-2$

$\therefore a+b+c=-1-1-2=-4$

7. $x^3-6x^2+11x-6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1)=0,\ f(2)=0,\ f(3)=0$이므로

(준식)$=(x-1)(x-2)(x-3)$

8. 두 다항식 $x^2-4x+3a+b$와 x^2+bx-6의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 8

해설

$f(x)=x^2-4x+3a+b$,
$g(x)=x^2+bx-6$이라 하면
$f(x)$와 $g(x)$는 모두 $x-2$로 나누어떨어지므로
$f(2)=g(2)=0$에서
$f(2)=4-8+3a+b=0,\ g(2)=4+2b-6=0$
$\therefore\ a=1,\ b=1\ \therefore\ a+b=2$

9. 두 다항식 $A,\ B$ 에 대하여 $A+B=-x^3-2x^2+4x+5$, $2A-B=4x^3-x^2-x+1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A=x^3+x^2+x+2,\ B=-2x^3-3x^2+3x+3$

② $A=x^3-x^2+x+2,\ B=-2x^3-x^2+3x+3$

③ $A=x^3-x^2+x-2,\ B=-2x^3-x^2+3x+7$

④ $A=x^3-x^2-x+2,\ B=-2x^3-x^2+5x+3$

⑤ $A=3x^3-3x^2+3x+6,\ B=-4x^3+x^2+x-1$

해설

$A+B=-x^3-2x^2+4x+5\cdots$ ㉠

$2A-B=4x^3-x^2-x+1\cdots$ ㉡

(㉠ + ㉡) $\div 3$: $A=x^3-x^2+x+2$

(2㉠ − ㉡) $\div 3$: $B=-2x^3-x^2+3x+3$

10. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$
\begin{aligned}
2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\
&= (2a + 4b) + (2a + 3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\
&= 2a + (4b + 2a) + 3b && \text{㉡ 결합법칙} \\
&= 2a + (2a + 4b) + 3b && \text{㉢ 교환법칙} \\
&= (2a + 2a) + (4b + 3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\
&= (2 + 2)a + (4 + 3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\
&= 4a + 7b
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

11. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x)+(2x+6) \\ &= x^2+(3x+2x)+6 \\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

① 교환법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 분배법칙

③ 분배법칙, 결합법칙

④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 && \text{(분배)} \\ &= (x^2+3x)+(2x+6) && \text{(분배)} \\ &= x^2+(3x+2x)+6 && \text{(결합)} \\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

12. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 $a,\ b$ 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$

$A = (x + p)$

$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$

$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$

우변을 정리하면

$\therefore \ a = -2, b = 3$

$\therefore ab = -6$

13. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$을 $x + \frac{1}{2}$로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$를 $2x+1$로 나눈 몫 $Q(x)$와 나머지 R을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x,\ R = 1$
② $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$
③ $Q(x) = 2x^2 - 2x,\ R = 1$
④ $Q(x) = 4x^2 - 2x,\ R = \frac{1}{2}$
⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x,\ R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

따라서
$$\begin{aligned} f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x+1)^2 + 1 \end{aligned}$$

$2x+1$로 나누면 $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$

14. 다음 중 식의 전개가 바르지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $(1-x)(1+x+x^2)=1-x^3$

② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=x^4+x^2y^2+y^4$

③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)=x^4-8x^2+12$

④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=a^8-b^8$

⑤ $(a+b-c)(a-b+c)=a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$

$=(x^2-x-6)(x^2-x-2)$

$x^2-x=Y$라 놓자.

$$\begin{aligned}(Y-6)(Y-2) &= Y^2-8Y+12\\ &= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12\\ &= x^4-2x^3-7x^2+8x+12\end{aligned}$$

15. 두 다항식 $(1+2x+3x^2+4x^3)^3$, $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a, b라 할 때, $a-b$의 값을 구하면?

① -21　② -15　③ -5　④ -1　⑤ 0

해설

$(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 전개식에서
x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1+2x+3x^2+4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.
$\therefore\ a=b \quad \therefore\ a-b=0$

16. 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$　② $\sqrt{12}$　③ $\sqrt{13}$　④ $\sqrt{14}$　⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$= (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

$\therefore d = \sqrt{14}$

17. $x^2 - x + 1 = 0$일 때, $x^5 + \dfrac{1}{x^5}$의 값은?

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$을 곱하면,

$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$

$x^3 + 1 = 0$, $x^3 = -1$에서 $x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$

$x^5 + \dfrac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \dfrac{1}{x^2}\right) \cdots\cdots ①$

$x^2 - x + 1 = 0$를 x로 나누어 정리한다.

$x + \dfrac{1}{x} = 1$

$x^2 + \dfrac{1}{x^2} = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$

① 에 대입하면, $x^5 + \dfrac{1}{x^5} = 1$

18. 등식 $x^3 + x - 1 = (x-a)(x-b)(x-c)$가 항등식일 때, $a^3 + b^3 + c^3$의 값을 구하면?

① 2 ② 5 ③ 3 ④ 7 ⑤ -7

해설

$x^3 + x - 1$

$= (x-a)(x-b)(x-c)$

$= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

$\therefore a+b+c=0,\ ab+bc+ca=1,\ abc=1$

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$\therefore a^3+b^3+c^3=3$

19. x의 모든 값에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 상수 a, b, c의 값의 합을 구하여라.

$$x^3+1=(x-1)(x-2)(x-3)+a(x-1)(x-2)+b(x-1)+c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

x에 대한 항등식이므로
$x=1$일 때, $2=c\cdots\cdots$ ㉠
$x=2$일 때, $9=b+c\cdots\cdots$ ㉡
$x=3$일 때, $28=2a+2b+c\cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a=6,\ b=7,\ c=2$
$\therefore\ a+b+c=15$

20. $\dfrac{2x+3a}{4x+1}$ 가 x에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12a=2$

해설

$\dfrac{2x+3a}{4x+1}=k$ (일정값 $=k$)라 놓으면 $2x+3a=k(4x+1)$에서

$(2-4k)x+3a-k=0$

이 식은 x에 대한 항등식이므로,

$2-4k=0,\ 3a-k=0$

$k=\dfrac{1}{2}$ 이므로 $3a=k$에서 $a=\dfrac{1}{6}$

$\therefore\ 12a=2$

21. $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$가 $x-y-1\neq 0$인 어떤 x, y의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}=k$라 놓으면

$2x+ay-b=k(x-y-1)$

x, y에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0,\ a+k=0,\ -b+k=0$

$\therefore\ k=2,\ a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a-b=-4$

22. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b로 나눈 나머지가 $3x+4$이다. 상수 a, b의 값을 구하면?

① $a=-10,\ b=3$ ② $a=10,\ b=3$

③ $a=-10,\ b=-3$ ④ $a=7,\ b=3$

⑤ $a=-5,\ b=4$

해설

몫을 $x+c$라고 둔다면

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+c)+3x+4$

이차항의 계수 : $c+4=0$에서 $c=-4$

상수항 : $bc+4=-8$에서 $b=3$

일차항의 계수 : $4c+b+3=a$에서 $a=-10$

23. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$를 x^2-1로 나눈 나머지가 상수일 때, $f(x)$의 일차항의 계수는?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$f(x)=(x^2-1)(x+a)+r$ (a, r 는 상수)라 하면
$f(x)=x^3+ax^2-x-a+r$
$\therefore$ 일차항의 계수는 -1

24. 다음 식 $(3x^2 - x + 2)(4x^3 - 5x^2 + x + 1)^5$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합은?

① 4 ② -32 ③ -64 ④ 32 ⑤ 64

해설

다항식의 계수들의 총합을 구할 경우
$x = 1$을 대입한다.
$(3 - 1 + 2)(4 - 5 + 1 + 1)^5 = 4 \times 1 = 4$

25. $x^3+2x^2-x+1=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$가 x의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 $a+b+c+d$의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

양변에 $x=2$를 대입하면

$8+8-2+1=a+b+c+d$

$\therefore\ a+b+c+d=15$

해설

(i) a, b, c, d의 값을 각각 구하려면 우변을 전개하여 계수비교를 하거나

(ii) 조립제법 : 좌변을 $x-1$로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d, c, b가 되고 마지막 몫의 계수가 a이다.

26. 다항식 $f(x)=x^3+mx^2+nx+2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(1)=1+m+n+2=0,\ m+n=-3$

$f(-1)=-1+m-n+2=2,\ m-n=1$

두 식을 연립하여 풀면 $m=-1,\ n=-2$

$\therefore\ mn=2$

27. 다항식 $f(x)$에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$일 때, $f(x)$를 $(2x-1)(3x-1)$로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12x-3$

해설

구하는 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x) = (2x-1)(3x-1)Q(x) + ax + b$

$x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$을 각각 양변에 대입하면

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $12x-3$

28. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지가 -2이고, $x-2$로 나눈 나머지가 1일 때, $f(x)$를 $(x+1)(x-2)$로 나눈 나머지는?

① $2x+1$ ② $x+1$ ③ $x-1$

④ $2x-1$ ⑤ $3x+2$

해설

$f(x) = (x+1)Q_1(x) - 2$

$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 1$

$f(x) = (x+1)(x-2)Q_3(x) + ax + b$

$f(-1) = -a + b = -2,\ f(2) = 2a + b = 1$

$\therefore\ a = 1,\ b = -1$

구하는 나머지는 $x-1$

29. $f(x)$를 $x-1$로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$를 x^2+2x-3으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x+1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x)+3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x)+2\}+3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x)+2(x-1)+3 \\ &= (x^2+2x-3)Q'(x)+2x+1 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

30. 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x+2$ 로 나누면 나머지는 2이다. 이때, $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$ 라 하면

$f(-2)=-5Q(-2)-4$

그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

31. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+c를 $x-1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $i=1$일 때, $a+b+c$의 값을 옳게 구한 것은?

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & a & b & c \\ & & d & e & f \\ \hline & 1 & g & h & \boxed{i} \end{array}$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+c를 $x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & a & b & c \\ & & 1 & a+1 & a+b+1 \\ \hline & 1 & a+1 & a+b+1 & \boxed{a+b+c+1} \end{array}$$

이때 $a+b+c+1=1$이므로

$a+b+c=0$

따라서 ③이다.

32. x 에 대한 항등식 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 곱 $abcd$ 의 값은?

① -2 ② 0 ③ 5 ④ 10 ⑤ 18

해설

$a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$

$= (x+1)[(x+1)\{a(x+1)+b\}+c]+d$ 임을 이용하여 조립제법을 사용하면

$$
\begin{array}{r|rrrrll}
-1 & 1 & 0 & 0 & -1 & & \\
 & & -1 & 1 & -1 & & \\
\hline
-1 & 1 & -1 & 1 & \boxed{-2} & \leftarrow & d \\
 & & -1 & 2 & & & \\
\hline
-1 & 1 & -2 & \boxed{3} & \leftarrow & c & \\
 & & -1 & & & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{-3} & \leftarrow b & & & \\
 & \uparrow & & & & & \\
 & a & & & & &
\end{array}
$$

$\therefore\ abcd = 1 \times (-3) \times 3 \times (-2) = 18$

33. $1-4x^2-y^2+4xy=(1+ax+by)(1+cx+dy)$ 일 때, $ac+bd$ 의 값을 구하면?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= 1-(4x^2-4xy+y^2) \\
&= 1^2-(2x-y)^2 \\
&= (1+2x-y)(1-2x+y)
\end{aligned}
$$

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=-2,\ d=1$

$\therefore\ ac+bd=2\times(-2)+(-1)\times 1=-5$

34. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 <u>않은</u> 것은?

$$\begin{aligned} & a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{(가)}}\,a + \boxed{\text{(나)}}\,(b-c) \\ &= \boxed{\text{(다)}}\,\{a^2 - \boxed{\text{(라)}}\,a + \boxed{\text{(나)}}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{(마)}} \end{aligned}$$

① (가) (b^2-c^2) ② (나) bc ③ (다) $(b-c)$

④ (라) $(b+c)$ ⑤ (마) $(c-a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\ &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2-c^2)}\,a + \boxed{bc}\,(b-c) \\ &= \boxed{(b-c)}\left\{a^2 - \boxed{(b+c)}\,a + \boxed{bc}\right\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)} \end{aligned}$$

35. $a+b-2c=1$, $a-b+3c=3$일 때, 다음 중 $a+ab+c^2$을 a에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $(a-8)(a-2)$ ② $(a+8)(a-2)$

③ $-(a-8)(a-2)$ ④ $-(a-8)(a+2)$

⑤ $-(a+8)(a-2)$

해설

$a+b-2c=1 \quad \cdots$ ㉠

$a-b+3c=3 \quad \cdots$ ㉡

㉠+㉡에서 $2a+c=4$

$\therefore c=-2a+4 \quad \cdots$ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $b=-5+9$

$$\begin{aligned}\therefore a+ab+c^2 &= a+a(-5a+9)+(-2a+4)^2\\ &= -a^2-6a+16\\ &= -(a^2+6a-16)\\ &= -(a+8)(a-2)\end{aligned}$$

36. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x+2$, 최소공배수가 $x^3+3x^2-10x-24$라고 한다. 이 때, 두 다항식을 바르게 구한 것은?

① $x^2-x-6,\ x^2+6x+8$　　② $x^2-3x-1,\ x^2+x+8$

③ $x^2-4x+3,\ x^2-x+2$　　④ $x^2-x-2,\ x^2-3x+8$

⑤ $x^2-3x-6,\ x^2+3x+7$

해설

두 다항식을 $A=aG,\ B=bG\ (a,\ b$는 서로소$)$라고 하면
두 식의 최대공약수가 $x+2$이므로
$A=a(x+2),\ B=b(x+2)$
따라서, $L=ab(x+2)$
$=x^3+3x^2-10x-24$이다.
이 때, 최소공배수 L은 최대공약수 $x+2$를 인수로 가지므로
조립제법을 이용하면
$L=(x+2)(x-3)(x+4)$
$a,\ b$는 일차식이므로
$a=x-3,\ b=x+4$ 또는 $a=x+4,\ b=x-3$
따라서, 두 다항식은
$(x-3)(x+2)=x^2-x-6$과 $(x+4)(x+2)=x^2+6x+8$이다.

37. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-kx+6일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2-3x-5$ ② $2x^2-3x+1$ ③ $2x^2-x-1$

④ $2x^2+x-3$ ⑤ $2x^2+2x-4$

해설

최소공배수는 최대공약수를 인수로 가지므로

$x=1$일 때 $1-k+6=0 \quad \therefore k=7$

$x^3-7x+6=(x-1)(x-2)(x+3)$이므로

두 다항식은 $(x-1)(x-2)$, $(x-1)(x+3)$

$\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2-x-1$

38. 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2-3x+1$　② $2x^2-2x-1$　③ $2x^2+3x-5$

④ $2x^2+2x-4$　⑤ $2x^2+3x-3$

해설

구하는 다항식을 A, B라고 하면

$$AB=(x-1)(x^3-2x^2-5x+6)$$
$$=(x-1)^2(x+2)(x-3)$$

A, B의 최대공약수가 $x-1$이므로

$A=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$

$B=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3$

$\therefore\ A+B=2x^2-3x+1$

39. 두 다항식의 최대공약수는 $2x-1$이고 두 다항식의 곱은 $4x^3+4x^2-7x+2$이다. 이 두 다항식의 합을 $g(x)$라면 $g(1)$의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$4x^3+4x^2-7x+2$

$(x-\frac{1}{2})(4x^2+6x-4)$

$=(x-\frac{1}{2})\cdot 2\cdot(2x^2+3x-2)(2x-1)(2x-1)(x+2)$

두 다항식의 곱이 $(2x-1)^2(x+2)$이고

최대공약수가 $(2x-1)$이므로

두 다항식은 $(2x-1), (2x-1)(x+2)$

$g(x)=(2x-1)+(2x-1)(x+2)$

$g(1)=1+3\cdot 1=4$

40. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \bigcirc B$, 최소공배수 L 을 $A \bigstar B$ 로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

> $A = aG$, $B = bG$ (a, b 는 서로소)
> $A^2 \bigcirc AB = $ [(가)], $A^2 \bigcirc B^2 = $ [(나)]
> $\therefore \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right) = $ [(다)]

① A, G^2, A　② aG^2, G, A　③ A, AB, AG

④ aG^2, G^2, AG　⑤ G, G, AB

해설

(가) $= A^2 \bigcirc AB =$ (G^2a^2 과 G^2ab 의 최대공약수)
$= aG^2$

(나) $= A^2 \bigcirc B^2 =$ (G^2a^2과G^2b^2 의 최대공약수)
$= G^2$

(다) $= \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right)$
$=$ ((가) 와 (나) 의 최소공배수) $= aG^2 = AG$

41. $x+y+z=4,\ xy+yz+zx=1,\ xyz=2$일 때, $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$의 값을 구하면?

① 16　② 8　③ 4　④ 2　⑤ 1

해설

$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$을

$xy+yz+zx=1$을 이용하여 변형하면

$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$

$=(1-zx)(1-xy)(1-yz)$

$=1-(xy+yz+zx)+(x^2yz+xy^2z+xyz^2)-(xyz)^2$

$=1-(xy+yz+zx)+xyz(x+y+z)-(xyz)^2$

$=1-1+2\cdot4-4$

$=4$

※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.

$(x-a)(x-b)(x-c)$

$=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc$

42. $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$을 간단히 하면?

① 4^8+3^8 ② $4^{15}-3^{15}$ ③ $4^{15}+3^{15}$

④ $4^{16}-3^{16}$ ⑤ $4^{16}+3^{16}$

해설

$(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$
$=(4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$
$=(4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$
$=(4^4-3^4)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$
$=(4^8-3^8)(4^8+3^8)$
$=4^{16}-3^{16}$

43. 세 변의 길이가 a, b, c인 $\triangle ABC$에 대하여 $a^2-ab+b^2=(a+b-c)c$인 관계가 성립할 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$a^2-ab+b^2=(a+b-c)c$에서 $a^2-ab+b^2=ac+bc-c^2$

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

즉, $\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

44. $x^2+x+1=0$ 일 때, $x^3+\dfrac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$x^2+x+1=0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x+\frac{1}{x}=-1$$

$$\therefore x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3x\cdot\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

$$=-1-3\cdot(-1)=2$$

45. 다항식 $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 가 $x - \alpha$ 로 나누어떨어질 때,
$f(f(x))$를 $x-\alpha$로 나눈 나머지는?

① 0

② a_0

③ a_1

④ a_5

⑤ $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

해설

나머지 정리에 의해 $f(\alpha) = 0$

$\therefore f(f(x))$를 $x-\alpha$로 나눈 나머지는 $f(f(\alpha))$

$f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$

46. x에 관한 다항식 $f(x)$를 x^2-4로 나눈 나머지는 $2x+1$이고, $g(x)$를 x^2-5x+6으로 나눈 나머지는 $x-4$이다. 이 때, $(x+2)f(x)+3g(x+1)$을 $x-2$로 나눈 나머지를 구하면?

① 7　② 9　③ 13　④ 17　⑤ 23

해설

$f(x)=(x^2-4)p(x)+2x+1$에서 $f(2)=5$
$g(x)=(x^2-5x+6)q(x)+x-4$에서 $g(3)=-1$
$h(x)=(x+2)f(x)+3g(x+1)$이라 놓으면,
$h(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는
$h(2)=4f(2)+3g(3)=17$

47. 1999개의 다항식 $x^2-2x-1,\ x^2-2x-2,\ \cdots,\ x^2-2x-1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43개 ② 44개 ③ 45개 ④ 46개 ⑤ 47개

해설

$x^2-2x-n=(x+a)(x-b)$ ($a,\ b$는 자연수)라 하면 ($1 \le n \le 1999$인 자연수)

$ab=n,\ a=b-2$

$\therefore n=1\cdot3,\ 2\cdot4,\ 3\cdot5,\ \cdots,\ 43\cdot45(=1935)$의 43개

48. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c가 $b^3 - ac^2 + a^2b + ab^2 + a^3 - bc^2 = 0$ 인 관계를 만족할 때, 이 삼각형의 모양은?

① 정삼각형
② 직각삼각형
③ 이등변삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각이등변삼각형

해설

차수가 가장 낮은 c에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해 한다.

$-(a+b)c^2 + a^3 + a^2b + b^3 + ab^2 = 0$

$-(a+b)c^2 + a^2(a+b) + b^2(a+b) = 0$

$-(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$

$(a+b \neq 0)$

$c^2 - a^2 - b^2 = 0$

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

$\therefore\ C = 90°$인 직각삼각형

49. 인수분해 공식 $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$을 이용하여 $\dfrac{9999^3+1}{9998 \times 9999 + 1}$을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10000

해설

$9999 = a$라 하면

$$\frac{9999^3+1}{9998 \times 9999+1} = \frac{a^3+1}{(a-1)a+1}$$
$$= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}$$
$$= a+1 = 10000$$

50. 모든 모서리의 길이의 합이 60이고, 대각선의 길이가 $\sqrt{77}$인 직육면체의 겉넓이는?

① 88 ② 100 ③ 124 ④ 148 ⑤ 160

해설

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 x, y, z라고 하면

$4(x+y+z)=60$에서 $x+y+z=15$

또, 대각선의 길이는

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{77}$이므로

$x^2+y^2+z^2=77$

이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$이고

$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$이므로

$77=15^2-2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=225-77=148$

따라서, 직육면체의 겉넓이는 148이다.