1. 다음 중 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 과 서로 같은 것은?

① $x + 2 = 0$ 또는 $x - 5 = 0$ ② $x + 2 \neq 0$ 또는 $x - 5 = 0$

③ $x + 2 = 0$ 또는 $x - 5 \neq 0$ ④ $x + 2 \neq 0$ 또는 $x - 5 \neq 0$

⑤ $x + 2 = 0$ 또는 $x + 5 = 0$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 10 &= 0 \\(x + 2)(x - 5) &= 0 \\ \therefore x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 5 &= 0\end{aligned}$$

2. 이차방정식 $(x-3)^2 - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 6

② $2\sqrt{2}$

③ $6 + 2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ -6

해설

$$(x-3)^2 = 2 \text{ 이므로}$$

$$x-3 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$\alpha + \beta = (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6$$

3. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$$

$$3a - 3 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

4. 이차방정식 $x^2 - ax + 3a - 5 = 0$ 이 중근을 갖도록 a 의 값을 정하고, 이 때의 중근을 구하면? (단, $a > 2$)

① $a = 2, x = 1$

② $a = -2, x = -1$

③ $a = 10, x = 5$

④ $a = 10, x = -5$

⑤ $a = 10, x = -1$

해설

$x^2 - ax + 3a - 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\left(\frac{-a}{2}\right)^2 = 3a - 5$$

$$a^2 - 12a + 20 = 0$$

$$(a - 10)(a - 2) = 0$$

$$a = 10 (\because a > 2)$$

$$x^2 - 10x + 3 \times 10 - 5 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 (\text{중근})$$

5. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

- ① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

6. $(x+y+4)(x+y) = 12$ 일 때, $x+y$ 의 값의 합을 구하면?

- ① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A = x+y$ 라 하면
 $(A+4)A = 12$
 $A^2 + 4A - 12 = 0$
 $(A-2)(A+6) = 0$
 $\therefore A = 2$ 또는 $A = -6$
따라서 $x+y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

7. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면 12km 를 내려가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

배가 강을 따라 거슬러 오를 때의 속력을 x km/h 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x-4)(5x+6) = 0$$

x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x = 4$ 이다.

$$\therefore \frac{12}{6} = 2(\text{시간})$$

8. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

9. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

- ① $24 + 5\sqrt{21}$ ② $26 + 6\sqrt{23}$ ③ $28 + 7\sqrt{26}$
④ $32 + 8\sqrt{23}$ ⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{12}x - \frac{1}{3} &= \frac{3}{2x} \text{의 양변에 } 12x \text{ 를 곱하면} \\ x^2 - 4x - 18 &= 0 \\ x^2 - 4x + 4 &= 18 + 4 \\ (x-2)^2 &= 22 \\ \therefore x &= 2 \pm \sqrt{22} \\ \alpha \text{ 는 양의 근이므로 } \alpha &= 2 + \sqrt{22} \\ \therefore \alpha^2 + 4\alpha &= 34 + 8\sqrt{22} \end{aligned}$$

10. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A, B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

11. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

- ① $-2 \pm 2\sqrt{2}$ ② $-3 \pm \sqrt{2}$ ③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$
④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$ ⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$ 라 하면 $y = x - k$
이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면
 $x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$
 $2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$
그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면
판별식이 0 이 되어야 하므로
 $(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$
 $k^2 + 6k - 63 = 0$
 $\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$
 $\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$

13. $\frac{7}{3+\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k - m$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3+\sqrt{2}} = \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3 - \sqrt{2} = 1. \times \times \times$$

$$\therefore a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$$

$2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}$ 가 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 근이므로

$$\frac{k}{a} = 4, -\frac{m}{a} = 2$$

$$\therefore k = 4, m = -2$$

$$\therefore k - m = 4 - (-2) = 6$$

14. 이차방정식 $x^2 + 3x - 11 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 3x - 11 = 0$

② $x^2 + 3x - 13 = 0$

③ $x^2 + x - 13 = 0$

④ $x^2 + x - 11 = 0$

⑤ $x^2 + x - 9 = 0$

해설

$x^2 + 3x - 11 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -11$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은 $(\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$
두 근의 곱은 $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -13$
 $\therefore x^2 + x - 13 = 0$

15. 지면에서 초속 25m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 25t - 5t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 20m 이상의 높이에서 머무는 시간을 A 라고 할 때, A 의 값은?

① 1 초 ② 2 초 ③ 3 초 ④ 4 초 ⑤ 5 초

해설

$$25t - 5t^2 = 20$$

$$5t^2 - 25t + 20 = 5(t^2 - 5t + 4) = 5(t-4)(t-1) = 0$$

$$\therefore t = 1, 4$$

$$\therefore A = 4 - 1 = 3 \text{ (초)}$$