1. 다음 중 $x^2 - 3x - 10 = 0$과 서로 같은 것은?

① $x + 2 = 0$ 또는 $x - 5 = 0$

② $x + 2 \neq 0$ 또는 $x - 5 = 0$

③ $x + 2 = 0$ 또는 $x - 5 \neq 0$

④ $x + 2 \neq 0$ 또는 $x - 5 \neq 0$

⑤ $x + 2 = 0$ 또는 $x + 5 = 0$

해설

$x^2 - 3x - 10 = 0$

$(x + 2)(x - 5) = 0$

$\therefore x + 2 = 0$ 또는 $x - 5 = 0$

2. 이차방정식 $(x-3)^2-2=0$ 의 두 근을 α , β 라고 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

① 6 ② $2\sqrt{2}$ ③ $6+2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$ ⑤ -6

해설

$(x-3)^2=2$ 이므로

$x-3=\pm\sqrt{2}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{2}$

$\alpha+\beta=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$

3. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$의 한 근이 -2일 때, 다른 한 근을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$

$3a - 3 = 0 \qquad \therefore\ a = 1$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$

$\therefore\ x = 3$ 또는 $x = -2$

4. 이차방정식 $x^2 - ax + 3a - 5 = 0$ 이 중근을 갖도록 a 의 값을 정하고, 이 때의 중근을 구하면? (단, $a > 2$)

① $a = 2$, $x = 1$

② $a = -2$, $x = -1$

③ $a = 10$, $x = 5$

④ $a = 10$, $x = -5$

⑤ $a = 10$, $x = -1$

해설

$x^2 - ax + 3a - 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\left(\frac{-a}{2}\right)^2 = 3a - 5$$

$$a^2 - 12a + 20 = 0$$

$$(a - 10)(a - 2) = 0$$

$$a = 10 (\because a > 2)$$

$$x^2 - 10x + 3 \times 10 - 5 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 (\text{중근})$$

5. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 를 정리하면,

$(a-20)x^2+(2+4c)x+b-12=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-20=0,\ 2+4c=0,\ b-12=0$

$\therefore\ a=20,\ b=12,\ c=-\dfrac{1}{2}$

$abc=20\times12\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-120$

6. $(x+y+4)(x+y)=12$ 일 때, $x+y$ 의 값의 합을 구하면?

① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A=x+y$라 하면

$(A+4)A=12$

$A^2+4A-12=0$

$(A-2)(A+6)=0$

$\therefore A=2$ 또는 $A=-6$

따라서 $x+y$의 값의 합은 $2+(-6)=-4$이다.

7. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면 12km 를 내려가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

배가 강을 따라 거슬러 오를 때의 속력을 $x$km/h 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x-4)(5x+6) = 0$$

x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x = 4$ 이다.

$$\therefore \frac{12}{6} = 2(\text{시간})$$

8. 이차방정식 $x-\frac{5}{x}=7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2-7\alpha+7)(\beta^2-7\beta+3)$ 의 값을 구하면?

① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$x-\frac{5}{x}=7$ 에서 양변에 x 를 곱하면 $x^2-7x-5=0$

이 식에 $x=\alpha$,β 를 각각 대입하면

$\alpha^2-7\alpha-5=0$ 에서 $\alpha^2-7\alpha=5$

$\beta^2-7\beta-5=0$ 에서 $\beta^2-7\beta=5$

$\therefore\ (\alpha^2-7\alpha+7)(\beta^2-7\beta+3)=(5+7)(5+3)=96$

9. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$ ② $26 + 6\sqrt{23}$ ③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$ ⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$x^2 - 4x - 18 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$

$(x-2)^2 = 22$

$\therefore\ x = 2 \pm \sqrt{22}$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$\therefore\ \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$

10. x^2의 계수가 1인 이차방정식을 A, B두 사람이 푸는데, A는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3또는 8을 해로 얻었고, B는 상수항을 잘못 보고 3또는 -5를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x=-2$ 또는 $x=5$　② $x=-3$ 또는 $x=-5$

③ $x=-4$ 또는 $x=6$　④ $x=4$ 또는 $x=-6$

⑤ $x=3$ 또는 $x=-8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2+bx+c=0$이라 하자.
A는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
$c=(-3)\times 8=-24$
B는 상수항을 잘못 보았으므로
$-b=3+(-5)=-2,\ b=2$
따라서 처음 식은 $x^2+2x-24=0,\ (x-4)(x+6)=0$
$\therefore\ x=4$또는 $x=-6$

11. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$ 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$ ② $-3 \pm \sqrt{2}$ ③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$ ⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$ 라 하면 $y = x - k$
이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면
$x(x-k) + (x-k)^2 - x + 8 = 0$
$2x^2 - (3k+1)x + k^2 + 8 = 0$
그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$ 가 한 개이면
판별식이 0 이 되어야 하므로
$(3k+1)^2 - 4 \times 2(k^2+8) = 0$
$k^2 + 6k - 63 = 0$
$\therefore\ k = -3 \pm 6\sqrt{2}$
$\therefore\ x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$

12. x 에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, x 에 대한 이차방정식
$(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

① 근 없음
② $x=p$ 또는 $x=q$
③ $x=p$ 또는 $x=-q$
④ $x=-p$ 또는 $x=q$
⑤ $x=-p$ 또는 $x=-q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면
$x^2+(p+q)x+(pq-k)=0$
이 방정식의 두 근이 α, β 이므로
$\alpha+\beta=-(p+q)$, $\alpha\beta=pq-k$
방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 을 정리하면
$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta+k=0$
$\therefore x^2+(p+q)x+pq=0$ ($\because$ 1)
인수분해하면 $(x+p)(x+q)=0$ 이므로
구하는 두 근은 $x=-p$ 또는 $x=-q$ 이다.

13. $\dfrac{7}{3+\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k - m$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3+\sqrt{2}} = \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3 - \sqrt{2} = 1.\times\times\times$$

$\therefore a = 1,\ b = 2 - \sqrt{2}$

$2 - \sqrt{2},\ 2 + \sqrt{2}$ 가 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 근이므로

$$\frac{k}{a} = 4,\ -\frac{m}{a} = 2$$

$\therefore k = 4,\ m = -2$

$\therefore k - m = 4 - (-2) = 6$

14. 이차방정식 $x^2+3x-11=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha+1$, $\beta+1$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2+3x-11=0$
② $x^2+3x-13=0$
③ $x^2+x-13=0$
④ $x^2+x-11=0$
⑤ $x^2+x-9=0$

해설

$x^2+3x-11=0$ 에서 $\alpha+\beta=-3$, $\alpha\beta=-11$
$\alpha+1$, $\beta+1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은 $(\alpha+1)+(\beta+1)=-1$
두 근의 곱은 $(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=-13$
$\therefore\ x^2+x-13=0$

15. 지면에서 초속 25m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 25t - 5t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 20m 이상의 높이에서 머무는 시간을 A 라고 할 때, A 의 값은?

① 1 초 ② 2 초 ③ 3 초 ④ 4 초 ⑤ 5 초

해설

$25t - 5t^2 = 20$

$5t^2 - 25t + 20 = 5(t^2 - 5t + 4) = 5(t-4)(t-1) = 0$

$\therefore\ t = 1,\ 4$

$\therefore A = 4 - 1 = 3$ (초)