

1. 여섯 자리의 수 $3124\boxed{}8$ 은 3 의 배수이면서 4 의 배수이다.
 $\boxed{}$ 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 6

해설

3 의 배수이면서 4 의 배수인 수는 312408 , 312468 이다.

2. 일곱 자리 수 $a132784$ 가 7 의 배수이고, 네 자리 수 $b8c1$ 이 11 의 배수일 때, $a + b + c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

7 의 배수 : 뒤에서부터 세 자리씩 끊어서 더하고 뺀 수가 0 이거나 7 의 배수인 수이므로,

$$a - 132 + 784 = 7k \rightarrow 652 + a = 7k \text{ 이므로 } a = 6 \text{ 이다.}$$

11 의 배수 : 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수이므로,

$$b + c - 9 = 11n \rightarrow b + c = 9 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 15$$

3. 남자 98 명, 여자 84 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기 자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고 각 조에 속한 남녀의 비가 같도록 조를 짤 때, 최대한 만들 수 있는 조를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 14 개

해설

짤 수 있는 조의 수를 x 라 할 때,

$$98 = x \times \square, 84 = x \times \triangle$$

x 는 98 과 84 의 최대공약수

$$98 = 7^2 \times 2, 84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2 \times 7 = 14(\text{ 개})$$

4. $\frac{3}{5}$ 의 역수와 곱하여 -1 이 되는 수는?

① $-\frac{3}{5}$

② $\frac{3}{5}$

③ $-\frac{5}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ 1

해설

$$\frac{5}{3} \times x = -1$$

$$x = (-1) \times \frac{3}{5} = -\frac{3}{5}$$

5. 세 정수 a, b, c 에 대하여 $a \times b < 0$, $b \times c < 0$, $|a| = |b| = |c| - 1 = 5$ 일 때, 가능한 $a \times b \times c$ 의 값을 모두 고르면? (정답 2개)

① 100

② 120

③ -120

④ 150

⑤ -150

해설

$a \times b < 0$ 이므로 a 와 b 는 서로 다른 부호이고, $b \times c < 0$ 이므로 b 와 c 는 서로 다른 부호이다. 따라서 a 와 c 는 같은 부호이고 b 는 a, c 와 다른 부호이다.

그런데 $|a| = |b| = |c| - 1 = 5$ 라 했으므로, $|a| = 5$, $|b| = 5$, $|c| = 6$ 이다.

따라서 $a = 5$, $b = -5$, $c = 6$ 또는 $a = -5$, $b = 5$, $c = -6$ 이다.

(i) $a = 5$, $b = -5$, $c = 6$ 일 때,

$$a \times b \times c = 5 \times (-5) \times 6 = -150$$

(ii) $a = -5$, $b = 5$, $c = -6$ 일 때,

$$a \times b \times c = (-5) \times 5 \times (-6) = 150$$

6. $\frac{85+x}{210}$ 를 약분하여 기약분수로 만들었더니 분자가 7의 배수였다.
이것을 만족하는 자연수 x 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로,

$\frac{85+x}{210}$ 를 약분하여 기약분수로 만들었더니 분자가 7의 배수였다는 것은,

$85+x = 7^2 \times a$ 의 형태가 된다는 뜻이다.

$\therefore x$ 중 가장 작은 수 = 13

7. 세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

① 23

② 25

③ 27

④ 29

⑤ 31

해설

세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

8. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$21 \times x = 3 \times 7 \times x, \quad 15 \times x = 3 \times 5 \times x$$

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 꼴이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

9. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ 이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ 이다.

$$\therefore 8 \times 6 = 48$$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4 + 1) \times (1 + 1) = 10$ 이다.

10. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 가장 큰 정수일 때, 다음을 구하여라.

$$\left| \left[-\frac{16}{3} \right] + \left[\frac{23}{6} \right] \right|$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$-6 < -\frac{16}{3} < -5 \text{ 이므로 } \left[-\frac{16}{3} \right] = -6$$

$$3 < \frac{23}{6} < 4 \text{ 이므로 } \left[\frac{23}{6} \right] = 3 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \left| \left[-\frac{16}{3} \right] + \left[\frac{23}{6} \right] \right| = |-6 + 3| = 3 \text{ 이다.}$$

11. $a + \frac{1}{b - \frac{1}{c - \frac{1}{d + \frac{1}{2}}}} = \frac{126}{55}$ 일 때, 자연수 a, b, c, d 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 4$

▷ 정답 : $c = 2$

▷ 정답 : $d = 4$

해설

$$\frac{126}{55} = 2 + \frac{16}{55} \text{ 이므로, } a = 2 \text{ 이다.}$$

$$\frac{1}{b - \frac{1}{c - \frac{1}{d + \frac{1}{2}}}} = \frac{16}{55},$$

$$b - \frac{1}{c - \frac{1}{d + \frac{1}{2}}} = \frac{55}{16} = 4 - \frac{9}{16} \text{ 에서 } b = 4 \text{ 이다.}$$

$$\frac{1}{c - \frac{1}{d + \frac{1}{2}}} = \frac{9}{16}, \quad c - \frac{1}{d + \frac{1}{2}} = \frac{16}{9} = 2 - \frac{2}{9} \text{ 에서 } c = 2 \text{ 이다.}$$

$$d + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \text{ 에서 } d = 4 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 2, b = 4, c = 2, d = 4$$

12. $\frac{83}{13} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{2}}}}$ 일 때, $a + b + c - d$ 의 값을 구하여라. (단,

a, b, c, d 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 또는 +8

해설

$$\frac{83}{13} = 6 + \frac{5}{13}, \frac{5}{13} = \frac{1}{\frac{13}{5}} = \frac{1}{2 + \frac{3}{5}}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}, \frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} \text{ 이므로}$$

$$\frac{83}{13} = 6 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

따라서 $a = 6, b = 2, c = 1, d = 1$ 이므로 $a + b + c - d = 6 + 2 + 1 - 1 = 8$

13. 세 수 a, b, c 에 대하여 $a \times b = -8$, $a \times (b + c) = -22$ 일 때, $a \times c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$ab = -8, ab + ac = -22$$

$$\therefore ac = -14$$

14. 다음 수들에 대한 설명으로 옳은 것은?

$$-3, 2.5, -\frac{2}{3}, 0, 1, 0.3$$

- ① 절댓값이 가장 큰 수는 2.5 이다.
- ② 양수 중 가장 작은 수는 0 이다.
- ③ 가장 큰 수는 1 이다.
- ④ 절댓값이 가장 작은 수는 0 이다.
- ⑤ 0.3 보다 큰 수는 3 개이다.

해설

숫자가 작은 순으로 차례로 나열하면

$$-3, -\frac{2}{3}, 0, 0.3, 1, 2.5 \text{ 이므로,}$$

- ① 절댓값이 가장 큰 수는 -3 이다.
- ② 양수 중 가장 작은 수는 0.3 이다.
- ③ 가장 큰 수는 2.5 이다.
- ④ 절댓값이 가장 작은 수는 0 이다.
- ⑤ 0.3 보다 작은 수는 3 개이다.

15. 수직선 위의 -1 에 대응하는 점에서 거리가 6 인 점들에 대응하는 수 중에서 큰 수보다 -4 만큼 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

-1 에서 거리가 6 인 점은 각각 $-1 - 6 = -7$, $-1 + 6 = 5$ 이다.

$$\therefore 5 - (-4) = 9$$

16. 기호 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 말한다. 기약분수 $\frac{k}{18}$ 에 대하여 $[\frac{k}{18}] = 1$ 을 만족하는 정수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 25

▷ 정답 : 29

▷ 정답 : 31

▷ 정답 : 35

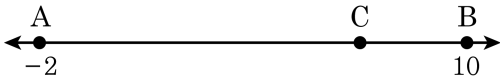
해설

$[\frac{k}{18}] = 1$ 이므로 $1 \leq \frac{k}{18} < 2$ 이다.

$18 \leq k < 36$ 중 18 과 서로소인 k 를 찾으면 된다.

$\therefore k = 19, 23, 25, 29, 31, 35$

17. 다음 수직선 위에서 선분 AB 를 3 : 1 으로 나누는 점 C 의 좌표를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7 또는 +7

해설

A 와 B 사이의 거리 : 12

A 와 C 사이의 거리 : $12 \times \frac{3}{4} = 9$

C 의 좌표 : $(-2) + 9 = 7$

18. 다음 두 조건을 만족하는 정수 x 의 합은?

$$-5 \leq x < 1 \qquad |x| < 3$$

① -1

② -4

③ -3

④ 1

⑤ -5

해설

$-5 \leq x < 1$ 을 만족하는 정수

$$x = -5, -4, -3, -2, -1, 0 \cdots \textcircled{1}$$

$|x| < 3$ 을 만족하는 정수

$$x = -2, -1, 0, 1, 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 를 동시에 만족하는 정수

$$x = -2, -1, 0$$

$$\therefore (-2) + (-1) + 0 = -3$$

19. 두 유리수 a, b 에 대하여
 $a \circ b =$ (수직선 위의 두 수 a, b 로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수)

로 정의할 때, $\frac{1}{2} \circ \left(\frac{1}{3} \circ \frac{1}{4} \right)$ 의 값은?

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{7}{24}$

③ $\frac{11}{36}$

④ $\frac{19}{48}$

⑤ $\frac{23}{60}$

해설

$$\frac{1}{3} \circ \frac{1}{4} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2} = \frac{7}{24}$$

$$\frac{1}{2} \circ \frac{7}{24} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{7}{24}}{2} = \frac{19}{48} \text{ 이다.}$$

20. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수

㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수는 24의 공약수이므로

$24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는

$$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$$

㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로

50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개

$$\therefore 8 + 4 = 12$$

21. $(x-1) : y = 3 : 4$ 일 때, x, y 의 최소공배수가 56 이다. x, y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1) : y = 3 : 4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

x, y 의 최소공배수가 $56 = 2^3 \times 7$

위 두 조건을 만족시키는 x, y 의 값은 $x = 7, y = 8$ 이다.

$$\therefore (x, y \text{의 최대공약수}) = 1$$

22. 두 분수 $\frac{420}{121}$, $\frac{126}{143}$ 에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다.
가장 작은 수를 곱하여 만들어진 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 130

▷ 정답 : 33

해설

두 수에 각각 $\frac{11 \times 11 \times 13}{2 \times 3 \times 7}$ 을 곱한다.

23. 어떤 수 a 와 21 의 최소공배수는 84 이고 최대공약수는 7 이다. 정수 a 는?

① 28

② 21

③ 12

④ 4

⑤ 14

해설

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) \quad a \quad 21} \\ \quad b \quad 3 \end{array} \quad (b \text{와 } 3 \text{은 서로소})$$

a 와 21 의 최소공배수가 84 이므로

$$7 \times b \times 3 = 84$$

$$21b = 84$$

$$b = 4$$

$$\therefore a = 7b = 7 \times 4 = 28$$

24. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, $\cdots$, 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, $\cdots$, 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.

25. 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수가 있을 때, 두 수 중 수직선의 왼쪽에 있는 수에서 오른쪽에 있는 수를 뺀 값이 -7 이다. 두 수 사이의 정수들의 합을 a , 두 수 사이의 정수들의 개수를 b 라고 하면 $a+b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

두 수가 7 만큼 떨어져 있으므로 원점으로부터 3.5 만큼씩 떨어져 있다.

따라서 두 수는 -3.5 와 3.5 이고,

두 수 사이의 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이다.

$a = (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 = 0$, $b = 7(\text{개})$ 이므로
 $a + b = 7$ 이다.

26. 3 보다 크고 15 보다 작은 유리수 중 분모가 4 인 기약분수를 작은 순서대로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 이라고 할 때,
 $(a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{n-1}) - (a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_n)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

$$3 = \frac{12}{4}, 15 = \frac{60}{4} \text{ 이므로,}$$

$$\begin{aligned} & (a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{n-1}) - (a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_n) \\ &= \left(\frac{13}{4} + \frac{17}{4} + \frac{21}{4} + \dots + \frac{57}{4} \right) \\ &\quad - \left(\frac{15}{4} + \frac{19}{4} + \frac{23}{4} + \dots + \frac{59}{4} \right) \\ &= \left(-\frac{2}{4} \right) \times 12 \\ &= -6 \\ &\text{이다.} \end{aligned}$$

27. $|a + 3| = 5$, $|b - 1| = 3$ 일 때, $a - b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이 때, $M + m + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$|a + 3| = 5 \text{ 이므로 } a + 3 = 5 \text{ 또는 } a + 3 = -5$$

$$\therefore a = 2, -8$$

$$|b - 1| = 3 \text{ 이므로 } b - 1 = +3 \text{ 또는 } b - 1 = -3$$

$$\therefore b = 4 \text{ 또는 } b = -2$$

$$\text{따라서 } a - b \text{ 의 최댓값은 } M = 2 - (-2) = 4$$

$$a - b \text{ 의 최솟값은 } m = -8 - 4 = -12$$

$$\therefore M + m + 6 = 4 + (-12) + 6 = -2$$

28. $2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개라고 한다. $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 작은 수부터 2개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 11

해설

$2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개이면

$\square$ 가 가장 작은 소인수 3 인 경우와 그 다음 작은 소인수인 11 이 있다.

29. 세 자연수 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수가 108 일 때, A 값을 구하여라.

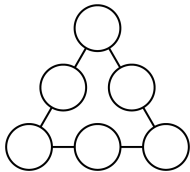
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

세 자연수의 최소공배수가 108 이고, $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수와 $2^2 \times 3^3$ 가 같으면 된다. $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times A$ 이므로 $2^2 \times 3^3$ 와 비교하면 A 는 3 이다.

30. 다음 그림과 같은 삼각형 모양이 있다. ○ 안에 -2 부터 3 까지의 숫자를 한 번씩 넣는데, 삼각형의 한 변에 해당하는 세 수의 합이 모두 같게 하려고 한다. 삼각형의 한 변의 합이 가장 클 때와 가장 작을 때의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

한 변의 합이 가장 작은 경우는 꼭짓점에 있는 세수가 가장 작을 때이므로 꼭짓점이 -2, -1, 0 을 차례로 넣고 빈칸을 차례로 채우면 한 변의 합이 0 이 된다. 또, 한 변의 합이 가장 큰 경우는 꼭짓점에 있는 세 수가 가장 클 때이므로 꼭짓점에 1, 2, 3 을 차례로 넣고 빈칸을 채우면 한 변의 합이 3 이 된다.

31. 다음 중 올바르게 계산한 것은? (답 2개)

- ① 네 유리수 $-\frac{7}{3}, -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -3$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수에서 가장 작은 수를 뺀 값은 14 이다.
- ② $-\frac{3}{2}$ 보다 크고 $\frac{3}{2}$ 보다 작은 정수는 $-1, -2, -3, 0, 1, 2, 3$ 이다.
- ③ 수직선 위에서 -6 인 점과 4 인 점의 한 가운데 있는 점은 0 이다.
- ④ 절댓값이 5 보다 작고 수직선에서 원점의 오른쪽에 있는 정수는 $1, 2, 3, 4$ 이다.
- ⑤ 세 수 $\frac{12}{7}, \frac{36}{5}, \frac{15}{4}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 정수가 아닌 유리수 중에서 가장 작은 수는 $\frac{140}{5}$ 이다.

해설

- ① 세 수를 뽑아 곱했을 때 가장 큰 수는 $(-3) \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$
가장 작은 수는 $(-3) \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{21}{2} \therefore \frac{7}{2} - \left(-\frac{21}{2}\right) = \frac{28}{2} = 14$
- ② $-1, 0, 1$ 이다.
- ③ -6 과 4 인 점의 한 가운데 있는 점은 -1 이다.
- ⑤ 분모는 $12, 36, 15$ 의 최대공약수인 3 ,
분자는 $7, 5, 4$ 의 최소공배수인 140 이므로 $\frac{140}{3}$ 이다.

32. 다음 보기의 수 중에서 그림의 색칠한 부분에 해당하는 수의 개수를 구하여라.

정수

자연수

보기

㉠ 0

㉡ 1

㉢ -3

㉣ $+\frac{3}{4}$

㉤ +8

㉥ $-\frac{42}{7}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

그림의 색칠한 부분은 자연수가 아닌 정수이다.

따라서, $-\frac{42}{7} = -6$ 이므로 색칠한 부분에 해당하는 수는

0, -3, $-\frac{42}{7}$ 의 3 개이다.

33. $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이고, 3×7 의 약수는 1, 3, 7, 3×7 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

$\times$	1	5	5^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 5 = 5$	$1 \times 5^2 = 25$
3	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 5 = 15$	$3 \times 5^2 = 75$
7	$7 \times 1 = 7$	$7 \times 5 = 35$	$7 \times 5^2 = 175$
3×7	$3 \times 7 \times 1 = 21$	$3 \times 7 \times 5 = 105$	$3 \times 7 \times 5^2 = 525$

즉, 1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525

따라서 $3 \times 5^2 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수 $a = 3$ 이고, 세 번째로 큰 수 $b = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 이므로 $a + b = 3 + 105 = 108$ 이다.

34. 가로 길이가 60cm, 세로 길이가 50cm 인 벽에 정사각형 모양의 타일을 붙일 때, 남는 부분 없이 되도록 큰 타일을 붙이려면 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▷ 정답: 30장

해설

정사각형 타일의 한 변의 길이는 60 과 50 의 최대공약수이므로

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5, 50 = 2 \times 5^2$$

최대공약수는 $2 \times 5 = 10$

따라서 필요한 타일의 개수는

$$(60 \div 10) \times (50 \div 10) = 30 \text{ (장)}$$

35. 세 자연수의 비가 $2:3:7$ 이고 최소공배수가 672 일 때, 세 자연수의 합에서 최대공약수를 뺀 수는?

① 16

② 72

③ 176

④ 184

⑤ 192

해설

세 자연수를 $2 \times a$, $3 \times a$, $7 \times a$ 라 하면

세 수의 최소공배수는

$$2 \times 3 \times 7 \times a = 672 = 2^5 \times 3 \times 7 \text{ 이다.}$$

$a = 2^4 = 16$ 이므로 세 수는 32, 48, 112 이다.

$$\therefore 32 + 48 + 112 - 16 = 176$$

36. 어떤 자연수 n 에 대하여 $\frac{110}{2 \times n + 1}$ 이 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

110의 약수를 구해보면 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110이다.

그 중 홀수는 1, 5, 11, 55이다.

$$2 \times n + 1 = 1 \text{에서 } \therefore n = 0$$

$$2 \times n + 1 = 5 \text{에서 } \therefore n = 2$$

$$2 \times n + 1 = 11 \text{에서 } \therefore n = 5$$

$$2 \times n + 1 = 55 \text{에서 } \therefore n = 27$$

따라서 자연수 n 의 합을 구하면 $2 + 5 + 27 = 34$

37. 두 자연수 12, 16 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 두 자리의 자연수들의 합을 구하면?

① 28

② 48

③ 96

④ 144

⑤ 150

해설

12, 16으로 나누면 3이 남는 어떤 수를 x 라 하면 $x-3$ 은 12, 16의 공배수이다.

12, 16의 최소공배수는 48이므로 $x-3$ 은 48, 96, 144, ... 이다.
이 중 두 자리의 자연수는 48, 96 이다.

따라서 x 는 51, 99이므로 합은 $51 + 99 = 150$

38. 7^{100} 을 계산하면 85 자리의 수가 된다. 이 수의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

7 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 7, 9, 3, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

7의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$7^1 (=7)$	7
$7^2 (=7 \times 7=49)$	9
$7^3 (=7 \times 7 \times 7=343)$	3
$7^4 (=7 \times 7 \times 7 \times 7=2401)$	1
$7^5 (=7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7=16807)$	7
⋮	⋮

100 은 4 로 나누어 떨어지므로 7^{100} 의 일의 자리의 수는 1 이다.

39. $2520 = a^p \times b^q \times c^r \times d^s$ 로 소인수분해될 때, $a \times p + b \times q + \frac{c}{r} + \frac{d}{s}$ 의 값을 구하여라.
(단, $a < b < c < d$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = a^p \times b^q \times c^r \times d^s$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = 5, d = 7,$

$p = 3, q = 2, r = 1, s = 1$

$$\begin{aligned}\therefore a \times p + b \times q + \frac{c}{r} + \frac{d}{s} &= 2 \times 3 + 3 \times 2 + \frac{5}{1} + \frac{7}{1} \\ &= 6 + 6 + 5 + 7 \\ &= 24\end{aligned}$$

40. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

1, 19, 29, 39, 49, 51, 59, 89

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

1 의 약수 : 1

39 의 약수 : 1, 3, 13, 39

49 의 약수 : 1, 7, 49

51 의 약수 : 1, 3, 17, 51

따라서 소수는 19, 29, 59, 89 의 4 개이다.

41. 40 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수를 작은 순으로 4 개를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

해설

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$40 \times n = 2^3 \times 5 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 2 \times 5 \times k^2 \text{ 꼴이므로}$$

n 을 작은 순으로 4 개 써 보면

$$n = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$n = 2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$n = 2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$n = 2 \times 5 \times 4^2 = 160$$

$$\therefore 10, 40, 90, 160$$

42. 1 부터 100 까지의 자연수 중에서 72 과 공약수가 1 개인 수는 몇 개인가?

① 30 개

② 31 개

③ 32 개

④ 33 개

⑤ 34 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

72 와 공약수가 1 개인 수는 2 의 배수도 아니고 3 의 배수도 아닌 수이므로

$$100 - (2\text{의 배수의 개수}) - (3\text{의 배수의 개수}) + (6\text{의 배수의 개수}) = 100 - 50 - 33 + 16 = 33$$

43. 두 자연수 a , b 의 최대공약수는 24 이다. a , b , 32 의 공약수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

a , b 의 공약수는 24의 약수이므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32
따라서 a , b , 32 의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

44. $126 = a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해될 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라. (단, $a < b < c$ 인 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7 = a^l \times b^m \times c^n$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 7, l = 1, m = 2, n = 1$$

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 7 - 1 - 2 - 1 = 8$$

45. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^3 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x + 1) = 12 \quad \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

46. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개

100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는
 $20 + 14 - 2 = 32$

47. $n = 4p^2q^3$ 일 때, n 의 약수의 개수를 구하여라. (단, $p \neq q \neq 2$ 인 소수)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36 개

해설

n 을 소인수분해하면 $n = 4p^2q^3 = 2^2 \times p^2 \times q^3$ 이다.

따라서 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) \times (3+1) = 36$ (개) 이다.

48. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 16, 최소공배수가 240 일 때, $B - A$ 의 값 중 가장 큰 것을 구하여라. (단, $A < B$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 224

해설

$A = 16 \times a, B = 16 \times b$ 이고,

두 자연수 A, B 는 최대공약수가 16, 최소공배수가 240 이므로

$$16 \times a \times b = 240$$

$$a \times b = 15 \text{ (단, } a, b \text{ 는 서로소)}$$

$A < B$ 이므로

$$a = 1, b = 15 \text{ 또는 } a = 3, b = 5$$

(i) $a = 1, b = 15$ 일 때

$$B - A = 16 \times 15 - 16 \times 1 = 224$$

(ii) $a = 3, b = 5$ 일 때

$$B - A = 16 \times 5 - 16 \times 3 = 32$$

차가 가장 큰 A, B 의 값을 구해야 하므로

$$a = 1, b = 15$$

$$\therefore A = 16 \times 1 = 16$$

$$B = 16 \times 15 = 240$$

따라서 $B - A = 240 - 16 = 224$ 이다.

49. 세 수 949, 1579, 2209 를 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 630

해설

949, 1579, 2209 를 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r \text{ 라고 하면}$$

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로 $B - A$, $C - B$ 의 공약수는 A , B , C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$1579 - 949 = 630$, $2209 - 1579 = 630$ 이므로 최대공약수는 630 이다.

50. 옛날부터 우리나라에는 십간(☰☷)과 십이지(☰☷☷)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003

갑	을	병	정	무	기	경
신	유	술	해	자	축	인
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010

- ① 1830 년 ② 1890 년 ③ 1950 년
 ④ 2070 년 ⑤ 2110 년

해설

십간(☰☷)의 10 가지와 십이지(☰☷☷)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60 년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010 년이 경인년이면 1830 년, 1890 년, 1950 년, 2070 년도 경인년이다.