

1. $\frac{a}{1-i} + \frac{b}{1+i} = 5$ 를 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하면?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\frac{a(1+i)}{2} + \frac{b(1-i)}{2} = 5$$

$$a(1+i) + b(1-i) = 10,$$

$$(a+b) + (a-b)i = 10$$

$$a+b = 10, a-b = 0$$

$$2a = 10, a = 5, b = 5, ab = 25$$

2. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a+b+c+d+k$ 의 값을 구하면?

k	1	a	-1	b
		c	d	33
	1	4	11	37

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

3	1	a	-1	b
		3	$3a+9$	$9a+24$
	1	$a+3$	$3a+8$	$9a+b+24$

이때 $k=3$, $c=3$, $a+3=4$, $3a+9=d$, $9a+b+24=37$

이므로

$k=3$, $c=3$, $a=1$, $d=12$, $b=4$

따라서 $a+b+c+d+k=1+4+3+12+3=23$

3. x 에 대한 이차식 $a(1-x^2) - 2bx + c(1+x^2)$ 이 완전제곱식일 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① a 를 빗변으로 하는 직각삼각형
 - ② b 를 빗변으로 하는 직각삼각형
 - ③ c 를 빗변으로 하는 직각삼각형
 - ④ 예각삼각형
 - ⑤ 정삼각형

해설

$a(1-x^2) - 2bx + c(1+x^2)$ 을 x 에 대한 내림차순으로 정리하면
 $(c-a)x^2 - 2bx + a+c$

위의 식이 완전제곱식이 되려면

$c-a \neq 0$ 이고, $\frac{D}{4} = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = b^2 - (c-a)(c+a) = 0$$

$$b^2 - (c^2 - a^2) = 0, \quad b^2 - c^2 + a^2 = 0$$

$$\therefore c^2 = b^2 + a^2$$

따라서 c 를 빗변으로 하는 직각삼각형이다.

4. $x + y = 3$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ 일 때, $2x^2 + y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면 $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

준식 $y = -x + 3$ 에서 $x \geq 0$, $y \geq 0$ 이므로

$y = -x + 3 \geq 0 \rightarrow -x \geq -3 \rightarrow x \leq 3 \therefore 0 \leq x \leq 3$ ($\because x \geq 0$)

또 $2x^2 + y^2 = 2x^2 + (-x + 3)^2 = 2x^2 + x^2 - 6x + 9 = 3x^2 - 6x + 9$

완전 제곱식으로 바꾸면 $3(x^2 - 2x) + 9 = 3(x - 1)^2 + 6$

$\therefore x = 1$ 일 때 최솟값 6 , $x = 3$ 일 때 최댓값 18 $\therefore M - m = 12$

5. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, y = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

- ① $x^5 + y^5 = 1$ ② $x^7 + y^7 = 1$ ③ $x^9 + y^9 = 1$
④ $x^{11} + y^{11} = 1$ ⑤ $x^{13} + y^{13} = 1$

해설

$x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 는 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 근이다

$\therefore x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 - x + 1) = 0 \Rightarrow x^3 + 1 = 0$

$\therefore x^3 = y^3 = -1, x + y = 1, xy = 1$

① : $x^5 + y^5 = x^3 \times x^2 + y^3 \times y^2 = -(x^2 + y^2) = -\{(x+y)^2 - 2xy\} = 1$

② : $x^7 + y^7 = (x^3)^2x + (y^3)^2y = x + y = 1$

③ : $x^9 + y^9 = (x^3)^3 + (y^3)^3 = -2$

④ : $x^{11} + y^{11} = (x^3)x^2 + (y^3)y^2 = -(x^2 + y^2) = 1$

⑤ : $x^{13} + y^{13} = (x^3)^4x + (y^3)^4y = x + y = 1$