1. 1에서 5까지의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 두 장을 뽑아 두 자리 수를 만드는 경우의 수를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 20

해설

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지이고, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리의 숫자를 제외한 4가지이다.

$\therefore\ 5 \times 4 = 20$(가지)

2. 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자가 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 뽑아서 만들 수 있는 세 자리의 정수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 1, 2, 3, 4 의 4가지
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 4가지
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 3가지이다.
$\therefore\ 4 \times 4 \times 3 = 48$ (가지)

3. 다음 중 그 사건이 일어날 경우의 수가 가장 작은 것은?

① 주사위 한 개를 던질 때, 3 이하의 눈이 나온다.

② 주사위 두 개를 동시에 던질 때, 두 눈의 합이 2이다.

③ 두 사람이 가위, 바위, 보를 하여 비긴다.

④ 동전 두 개를 동시에 던질 때, 서로 다른 면이 나온다.

⑤ 동전 한 개와 주사위 한 개를 던질 때, 앞면과 짝수가 나온다.

해설

① 3 가지
② 1 가지
③ 3 가지
④ 2 가지
⑤ 3 가지

4. $2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14$ 중 하나를 골라 그 숫자를 a 라고 할 때, 분수 $\frac{1}{a}$ 이 유한소수로 나타내어질 확률은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

분수 $\frac{1}{a}$ 이 유한소수가 되기 위해서는 a 의 소인수가 2 나 5 뿐이어야 하므로

a 가 될 수 있는 원소는 $2, 4, 8, 10$ 으로 4 가지

$\therefore \frac{4}{7}$

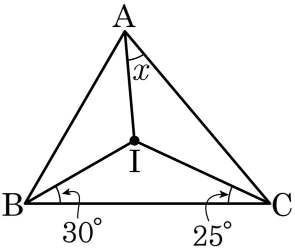
5. 주머니 속에 푸른 구슬이 5개, 붉은 구슬이 3개 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 검정 구슬이 나올 확률은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

검은 구슬은 하나도 없으므로 구하는 확률은 $\frac{0}{8} = 0$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심 일 때, $\angle x$의 크기는?



① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$30^\circ + 25^\circ + \angle x = 90^\circ$

$\therefore \angle x = 35^\circ$

7. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

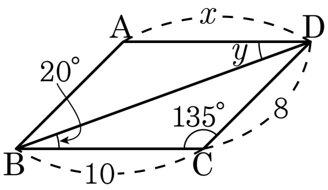
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8$ 이다.

따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x = 8,\ y = 20°$

② $x = 10,\ y = 20°$

③ $x = 10,\ y = 135°$

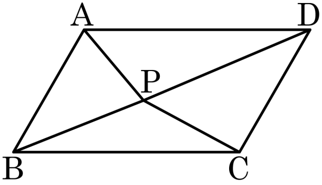
④ $x = 8,\ y = 135°$

⑤ $x = 10,\ y = 25°$

해설

$x = 10,\ y = 20°$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 $\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$일 때, $\triangle APD$의 넓이는?



① 17cm^2 ② 22cm^2 ③ 25cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

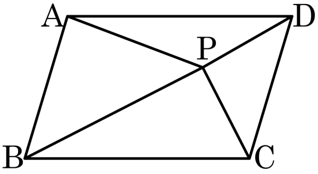
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$이다.

$\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$이므로

$18 + 20 = \triangle APD + 16$이다.

$\therefore \ \triangle PAD = 22\text{cm}^2$

10. 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle PCD$, $\triangle PAD$, $\triangle PBC$ 의 넓이는 각각 $10cm^2$, $8cm^2$, $22cm^2$ 이다.$\triangle PAB$ 의 넓이는?



① $10cm^2$　② $15cm^2$　③ $18cm^2$
④ $20cm^2$　⑤ $22cm^2$

해설

$\triangle PAD + \triangle PBC = \triangle PAB + \triangle PCD$
$8 + 22 = \triangle PAB + 10$
$\therefore \triangle PAB = 20(cm^2)$

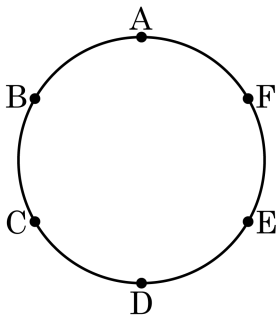
11. 남자 5명, 여자 4명 중에서 남자 1명, 여자 1명의 대표를 뽑는 경우의 수는?

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

해설

$5 \times 4 = 20$

12. 다음 그림과 같이 원 위에 6개의 점 A, B, C, D, E, F가 있을 때, 2개의 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수를 m이라고 하고, 3개의 점을 연결하여 그릴 수 있는 삼각형의 개수를 n이라고 할 때, $n-m$의 값은?



① 5　　② 9　　③ 10　　④ 12　　⑤ 16

해설

A, B, C, D, E, F 의 6개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $6 \times 5 = 30$(가지)이다. 이때, $\overline{AB} = \overline{BA}$이므로 구하는 선분의 개수는 $\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$(개)이므로 $m = 15$이다.

6개의 점 중에서 3개의 점을 차례로 뽑는 경우의 수는 $6 \times 5 \times 4 = 120$(가지)이다. 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$(개)이므로 $n = 20$이다.

따라서 $n-m = 20-15 = 5$이다.

13. 몇 개의 배구팀이 서로 한 번씩 돌아가며 경기를 했더니 28경기가 이루어졌다. 경기에 참가한 배구팀은 모두 몇 팀인가?

① 6팀　② 8팀　③ 10팀　④ 12팀　⑤ 14팀

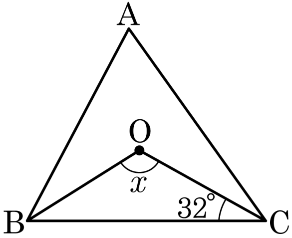
해설

n개의 배구팀이 서로 돌아가면서 경기를 하는 경우의 수는 n개의 팀 중 2팀을 고르는 경우의 수와 같으므로 $\frac{n(n-1)}{2\times 1}=28$이라고 볼 수 있다.

$n(n-1)=8\times 7$이므로 $n=8$

따라서 참가한 배구팀은 8팀이다.

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 번에서 만나는 점이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

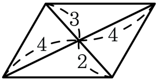
▷ 정답 : 116°

해설

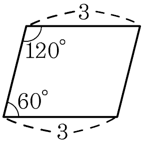
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $\angle x = 180° - 2 \times 32° = 116°$ 이다.

15. 다음 중 평행사변형인 것을 고르면?

①

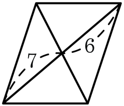


②

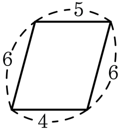


③

④



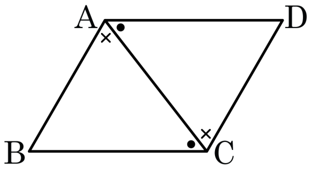
⑤



해설

평행사변형은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

16. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면

$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$㉠

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$㉠

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$㉠

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)

$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

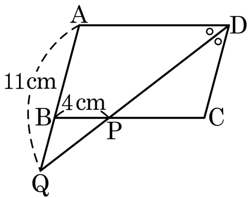
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}+\overline{DC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\triangle BQP$ 가 $\overline{BQ}=\overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로

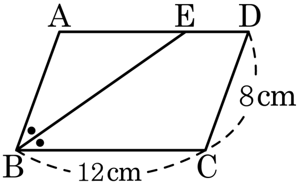
$\overline{DC}=\overline{AB}=11-4=7(\mathrm{cm})$

$\triangle AQD$ 가 $\overline{AQ}=\overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AQ}=11(\mathrm{cm})$

$\overline{AD}+\overline{DC}=11+7=18(\mathrm{cm})$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{BC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

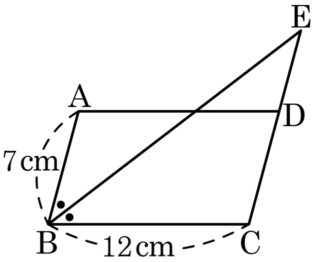


① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)
즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AE} = 8(\text{cm})$
$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 $\overline{AD}+\overline{DE}$ 의 길이는? (단, □ABCD 는 평행사변형이다.)



① 14 cm ② 15 cm ③ 17 cm ④ 19 cm ⑤ 36 cm

해설

$\angle ABE$ 와 $\angle BEC$ 는 엇각이므로 $\triangle BCE$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{CE}=12\,\text{cm}$ 이다.
이때 $\overline{CD}=7\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE}=5\,\text{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{AD}+\overline{DE}=12+5=17(\,\text{cm})$

20. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 4x + 3y$, $\overline{BC} = 13$, $\overline{CD} = 6$, $\overline{DA} = 3x - 2y$ 일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = -2$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DA}$ 이므로

$$\begin{cases} 4x + 3y = 6 & \cdots ㉠ \\ 3x - 2y = 13 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

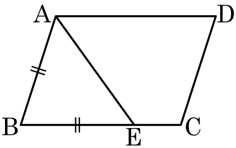
㉠ $\times 2 +$ ㉡ $\times 3$ 을 계산하면

$17x = 51$, $x = 3$

$x = 3$ 을 대입하면

$4 \times 3 + 3y = 6$, $3y = -6$, $y = -2$

21. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하면?



① 54° ② 56° ③ 58°

④ 60° ⑤ 62°

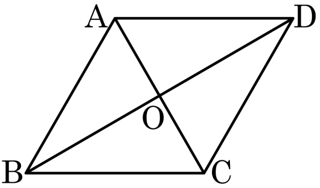
해설

$\angle B = 180° \times \dfrac{2}{5} = 72°$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AEB = (180° - 72°) \div 2 = 54°$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AD} = \overline{BC}$

② $\angle ADB = \angle ACB$

③ $\overline{BO} = \overline{DO}$

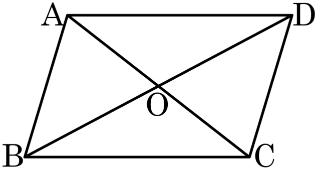
④ $\angle BAC = \angle ACD$

⑤ $\angle ABC + \angle BCD = 180°$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$

23. 다음 조건을 만족하는 □ABCD 중에서 평행사변형인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\angle A = 50°, \ \angle B = 130°, \ \angle C = 50°$

② $\overline{AB} // \overline{BC}, \ \overline{AB} // \overline{DC}$

③ $\overline{AB} = 5\text{cm}, \ \overline{BC} = 5\text{cm}, \ \overline{DC} = 7\text{cm}, \overline{AD} = 7\text{cm}$

④ $\overline{AB} = \overline{DC}, \ \overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}, \ \overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① $\angle A = \angle C = 50°, \angle B = \angle D = 130°$ 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이다.

④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

24. 1에서 10까지의 수가 각각 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 다음 중 경우의 수가 가장 적은 것은?

① 4의 배수의 눈이 나오는 경우의 수

② 10의 약수인 눈이 나오는 경우의 수

③ 홀수인 눈이 나오는 경우의 수

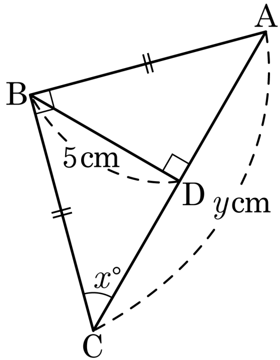
④ 소수인 눈이 나오는 경우의 수

⑤ 5보다 큰 수의 눈이 나오는 경우의 수

해설

① (4, 8) 2가지
② (1, 2, 5, 10) 4가지
③ (1, 3, 5, 7, 9) 5가지
④ (2, 3, 5, 7) 4가지
⑤ (6, 7, 8, 9, 10) 5 가지

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 D라 하자. 이 때, $x - y$의 값은?



① 30 ② 32 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$\angle C = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

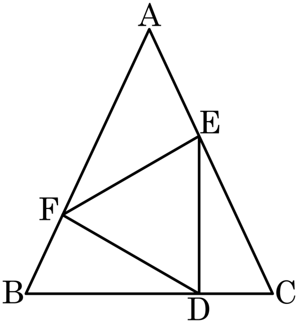
$\therefore x = 45$

$\angle C = \angle CBD = 45°$이므로

$\triangle CBD$는 $\overline{BD} = \overline{CD} = 5\,\text{cm}$인 이등변삼각형이고, 점 D는 $\overline{AC}$의 중점이므로 $y = 10$

$\therefore x - y = 45 - 10 = 35$

26. 다음과 같이 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 에 정삼각형 DEF 가 내접해 있다. $\angle AFE = 35°$, $\angle BDF = 30°$ 일 때, $\angle DEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle B = \angle C = \angle a$ 라 하면 삼각형의 두 내각의 크기의 합은 다른 한 각의 외각의 크기와 같으므로

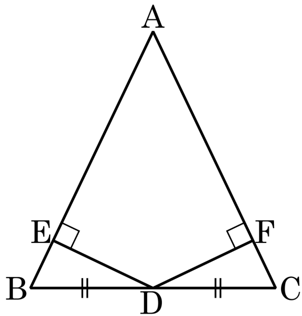
$\triangle BDF$ 에서 $\angle a + 30° = 35° + 60°$ $\quad\therefore\ \angle a = 65°$

$\triangle CDE$ 에서

$\angle a + \angle DEC = 30° + 60°,\ 65° + \angle DEC = 90°$

$\therefore\ \angle DEC = 25°$

27. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 D라 하자. 점 D에서 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, $\overline{DE} = \overline{DF}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{EB} = \overline{FC}$

② $\angle EBD = \angle FCD$

③ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

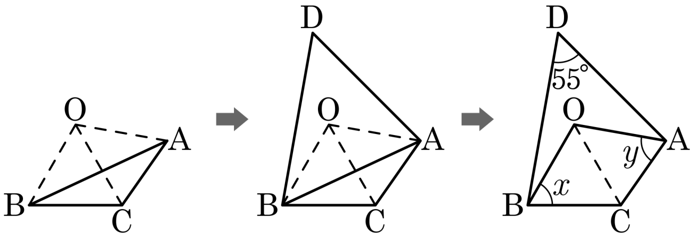
④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHA 합동)

⑤ $\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동)

해설

④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHS 합동)

28. 점 O 를 외심으로 하는 △ ABC 를 그리고, 다시 점 O 를 외심으로 하고 한 변을 $\overline{AB}$ 로 하는 △ABD 를 만들면 $\angle BDA = 55°$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



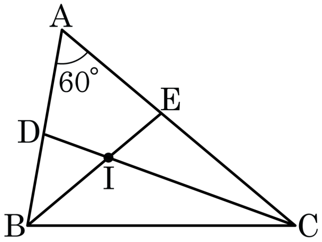
▶ 답 : °

▷ 정답 : 125 °

해설

$\angle BDA = 55°$, $\angle BOA = 2\angle BDA = 110°$.
□AOBC 에서 $\angle BCA = \angle OBC + \angle OAC = \angle x + \angle y$ 이므로,
$\angle x + \angle y + \angle x + \angle y + 110° = 360°$, $\angle x + \angle y = 125°$

29. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $180\underline{°}$

해설

$\angle BIC = 90° + \dfrac{1}{2}\angle BAC = 120°$, $\angle DIE = 120°$.

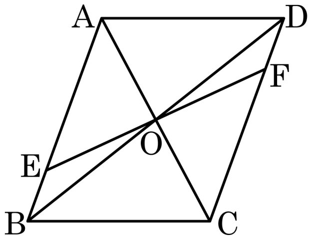
$\square ADIE$ 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60° + 120° = 360°$

$\angle ADI + \angle AEI = 180°$.

$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360°$, $\angle BDC + \angle BEC = 180°$

.

30. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6　② 18　③ 24　④ 48　⑤ 96

해설

$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$\therefore \triangle BEO = \dfrac{1}{3}\triangle AEO = 6$

$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

31. 동전을 6회 던져서 n회째 동전이 앞면이면 $X_n = 1$이라 하고, 뒷면이면 $X_n = -1$ 이라고 하자. $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ $(1 \le n \le 6)$이라고 할 때, $S_2 \neq 0$이고, $S_6 = 2$일 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 7가지

해설

$S_6 = 2$일 때 앞면은 네 번, 뒷면은 두 번 나와야 하고, $S_2 \neq 0$ 이므로 처음 두 번은 (앞, 앞) 또는 (뒤, 뒤) 여야 한다.

처음 두 번 모두 앞면이 나오는 경우 :

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (2 \times 1)} = 6(\text{가지})$$

처음 두 번이 모두 뒷면이 나오는 경우 : 1(가지)

$\therefore \ 6 + 1 = 7$(가지)

32. 가로로 평행한 6 개의 직선과 세로로 평행한 3 개의 직선이 18 개의 점에서 만날 때, 18 개의 점 중 한 점 A 를 꼭짓점으로 하는 평행사변형의 개수를 구하여라.

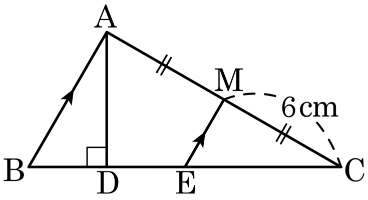
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

점 A 를 지나는 가로줄을 제외하고 나머지 가로줄에 ①, ②, ③, ④, ⑤ 라 번호를 붙이고 점 A 를 지나는 세로줄을 제외하고 나머지 세로줄에 Ⓐ, Ⓑ 라 번호를 붙이자.
이때, 점 A 를 꼭짓점으로 하는 평행사변형은
A 를 지나는 가로줄과 ①, ②, ③, ④, ⑤ 중 하나의 가로줄, A 를 지나는 세로줄과 Ⓐ, Ⓑ 중 하나의 세로줄로 이루어져 있다.
따라서 5 개의 가로줄 중 하나를 선택하고, 2 개의 세로줄 중 하나를 선택하는 경우의 수와 같으므로 $5 \times 2 = 10$(개) 이다.

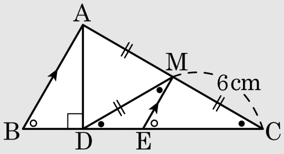
33. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 점 D라고 하고, $\overline{AB}$와 평행하면서 빗변 AC의 중점 M을 지나는 선분 ME를 이었다. $\angle B = 2 \times \angle C$, $\overline{CM} = 6\text{cm}$, $\triangle DEM$의 둘레의 길이가 14cm일 때, 선분 ME의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설



점 M은 $\triangle ADC$의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$

$\triangle MDC$는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$

$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$

$\therefore \ \angle DME = \angle C = \angle MDC$

따라서 $\triangle EMD$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{DE} = \overline{ME}$이므로 $\overline{ME}$의 길이를 x라 하면

$\triangle MDE$의 둘레의 길이는 $2x + 6 = 14$

$\therefore \ \overline{ME} = 4\text{cm}$