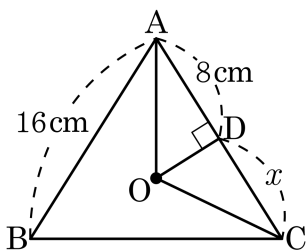


1. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

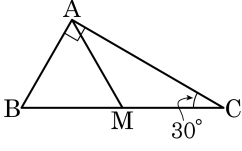
▷ 정답 : 8 cm

해설

$\triangle ADO \equiv \triangle CDO$ (RHS 합동)

$\therefore x = \overline{AD} = 8 \text{ cm}$

2. 다음 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\triangle ABM$ 은 무슨 삼각형 인지 말하여라.



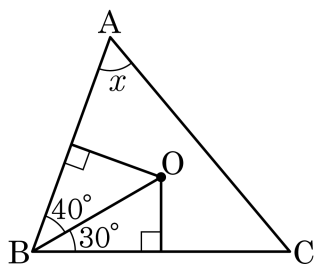
▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$\overline{AM} = \overline{CM}$, $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형,
 $\angle MAC = \angle MCA = 30^\circ$, $\angle BAM = 60^\circ$
 $\angle MBA = 60^\circ$, $\angle BAM = 60^\circ$, $\angle AMB = 60^\circ$
이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.

3. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

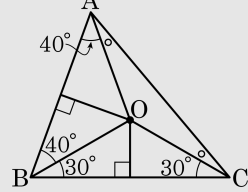


▶ 답: 0

▶ 정답 : 60°

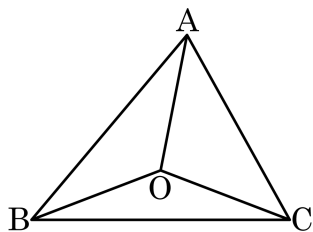
해설

다음 그림과 같이 $\angle BCO = 30^\circ$, $\angle OAB = 40^\circ$ 이고 $\angle OCA = 90^\circ - (40^\circ + 30^\circ) = 20^\circ$ 이다.



따라서 $\angle x = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$ 이다.

4. 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle BOC = 138^\circ$ 일때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



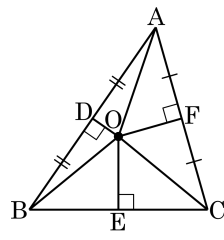
▶ 답: ①

▶ 정답 : 69°

해설

점O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $2\angle A = 138^\circ \therefore \angle A = 69^\circ$

5. 다음 그림을 보고, 다음 중 크기가 같은 것끼리 묶은 것이 아닌 것은?



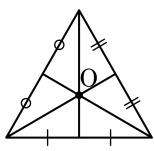
- ① $\overline{AO} = \overline{OC}$
- ② $\overline{AF} = \overline{CF}$
- ③ $\angle OEB = \angle OEC$
- ④ $\angle OBE = \angle OCE$
- ⑤ $\angle DOB = \angle FOC$

해설

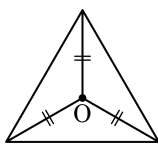
$\angle DOB = \angle DOA$ 이고 $\angle FOC = \angle FOA$ 이다.

6. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

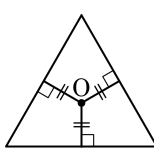
①



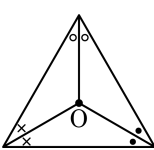
②



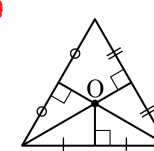
③



④



⑤

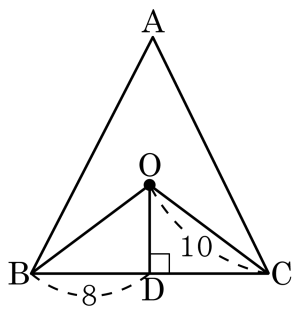


해설

내심 ③,④

외심 ②,⑤

7. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

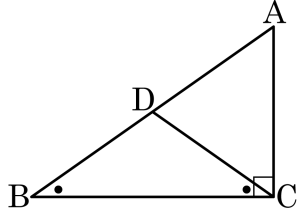


- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

8. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



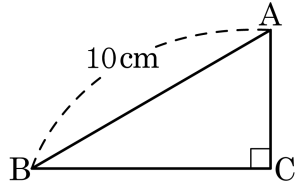
$\angle B = \boxed{\text{(가)}}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
 따라서 $\overline{BD} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.
 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle A = 90^\circ - \angle B$ 이다.
 $\angle ACD + \boxed{\text{(다)}}$ $= \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 90° 이므로
 $\angle ACD = 90^\circ - \boxed{\text{(라)}}$ 이다.
 그런데 $\angle B = \boxed{\text{(마)}}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
 $\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

- ① (가) : $\angle ADC$ ② (나) : $\overline{BC}$ ③ (다) : $\angle BDC$
 ④ (라) : $\angle BCD$ ⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle A = 90^\circ - \angle B$ 이다.
 $\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 90° 이므로 $\angle ACD = 90^\circ - \angle BCD$ 이다.
 그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
 $\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?

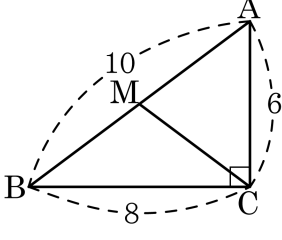


- ① 18π ② 25π ③ 36π ④ 49π ⑤ 63π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$ 의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5이므로 넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 M이라고 할 때, MC의 길이는?

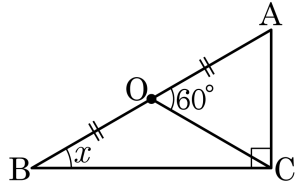


- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$ 이다.
 $\therefore \overline{MC} = 5$

11. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AB 의 중점을 O 라 하자. $\angle AOC = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$
 $\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이다.

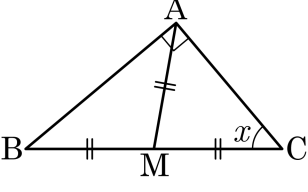
따라서 $\angle OCB = \angle B = x$

삼각형의 한 외각의 크기는 두 내각의 합과 같으므로

$$x + x = 60^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

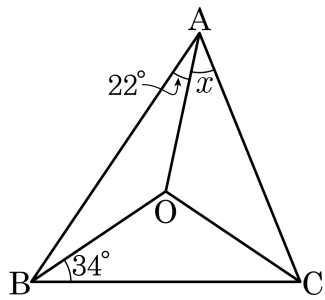
12. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설
 $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100^\circ$, $\angle AMC = 80^\circ$
 $\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.
 $\angle AMC = 80^\circ$ 이므로 $\angle MAC = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$ 이다.

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이다. $\angle BAO = 22^\circ$, $\angle OBC = 34^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



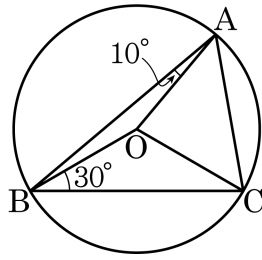
▶ 답: 0

▷ 정답 : 34°

해설

$$\begin{aligned} \angle OAB &= \angle OBA, \angle OBC = \angle OCB, \angle OAC = \angle OCA \text{ 이므로} \\ \angle OAB + \angle OBC + \angle OAC &= 90^\circ \\ \therefore \angle OAC &= 90^\circ - 22^\circ - 24^\circ = 44^\circ \end{aligned}$$
$$\therefore \angle OAC = 90^\circ - 22^\circ - 34^\circ = 34^\circ$$

14. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 10^\circ$, $\angle OBC = 30^\circ$, $\angle OAC$ 의 크기는?

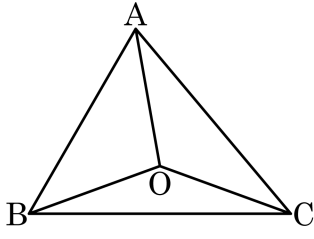


- ① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
 $\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$
 $\therefore \angle OAC = \angle OCA = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?

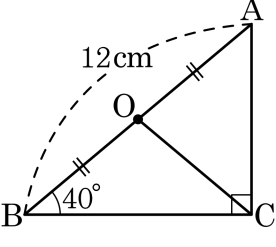


- ① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

$$\angle ACB = 360^\circ \times \frac{5}{(5+6+7)} \times \frac{1}{2} = 50^\circ$$

16. 다음 직각삼각형에서 빗변의 길이가 12cm 이고, $\angle B = 40^\circ$ 일 때, $\overline{CO}$ 의 길이와 $\angle AOC$ 의 크기가 옳게 짝지어진 것은?

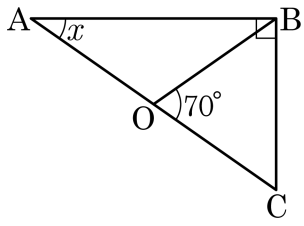


- ① 5cm, 60°
- ② 5cm, 75°
- ③ 5cm, 80°
- ④ 6cm, 75°
- ⑤ 6cm, 80°

해설

$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{CO} = 6\text{cm}$
 $\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle OCB = 40^\circ$, $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$ 이므로
 $\angle AOC = 80^\circ$

17. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O는 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 32° ② 35° ③ 38° ④ 42° ⑤ 45°

해설

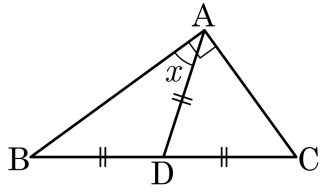
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$$\angle AOB = 180^\circ - \angle COB = 110^\circ$$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$$\angle OAB = \angle OBA = 35^\circ$$

18. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2 : 3$ 이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



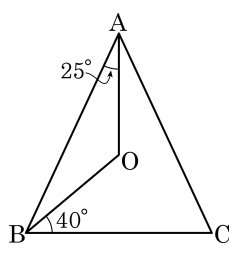
- ① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
 $\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{BD} = \overline{AD}$)
 $\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$
 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{AD} = \overline{CD}$)
 $\angle DAC = \angle DCA = \angle C$
 $\angle B : \angle C = 2 : 3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2 : 3$
 $\angle BAD = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$

19. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\angle OAB = 25^\circ$, $\angle OBC = 40^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?

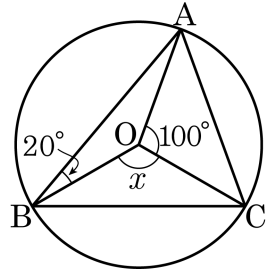
- ① 45° ② 50° ③ 55°
④ 60° ⑤ 65°



해설

$\overline{OC}$ 를 이으면
 $\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$ 이므로
 $25^\circ + 40^\circ + \angle OCA = 90^\circ$, $\angle OCA = 25^\circ$
 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$
 $\therefore \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 65^\circ$

20. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20^\circ$, $\angle AOC = 100^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

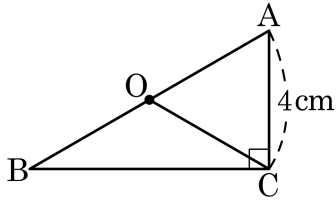


- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle AOC$ 는 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle OAC = \angle OCA = 40^\circ$
 $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle OAB = \angle OBA = 20^\circ$
 $\therefore \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60^\circ$
점 O가 삼각형의 외심이므로
 $\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

21. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?

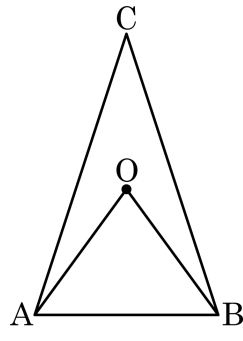


- ① 10°
- ② 20°
- ③ 30°
- ④ 40°
- ⑤ 알 수 없다.

해설

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{AC} = 4\text{cm}$ 이다.
따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC = 60^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 30^\circ$

- 22.** $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면

$$2x + 2y + 2z = 180^\circ, x + y + z = 90^\circ \dots \textcircled{7}$$

또한 $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

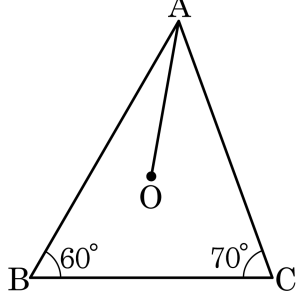
또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

$$x + z + x + y = 4(y + z) \dots$$

⑦, ④을 연립하면 $x = 54^\circ$

⑦, ⑬을 연립하면 $x = 54^\circ$
 $\therefore \angle OBP$ 는 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 의 이등분선

23. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기는?



- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$
점 O는 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
 $\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OCA = \angle OAC$
 $\angle OAC = \angle a$ 라 하면
 $\angle OCA = \angle OAC = \angle a$
 $\angle OCB = 70^\circ - \angle a = \angle OBC$, $\angle OAB = 50^\circ - \angle a = \angle OBA$
 $\angle B = (70^\circ - \angle a) + (50^\circ - \angle a) = 60^\circ$
 $\therefore \angle a = \angle OAC = 30^\circ$