

1. 이차방정식  $3x^2 - 3x - 2 = 0$  의 근을 구하면?

①  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$

②  $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$

③  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$

④  $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$

⑤  $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

$3x^2 - 3x - 2 = 0$  에서  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  를 이용하면  $a =$

$3, b = -3, c = -2$  이므로

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6} \text{ 이다.}$$

2. 이차방정식  $x^2 + 3x + 1 - k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는  $k$ 의 값의 개수는?

-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4

- ① 2 개      ② 3 개      ③ 4 개      ④ 5 개      ⑤ 7 개

해설

$$D = 3^2 - 4(1 - k) > 0$$

$$9 - 4 + 4k > 0, k > -\frac{5}{4}$$

$$\therefore k = -1, 0, 1, 3, 4$$

$\therefore$  5 개

3. 이차방정식  $-x^2 + 2x + 8 = 0$  의 두 근의 합이  $x^2 - 2x + a = 0$  의 근일 때,  $a$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-x^2 + 2x + 8 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\text{두 근의 합 } 4 + (-2) = 2$$

$$x^2 - 2x + a = 0 \text{ 에 } x = 2 \text{ 를 대입}$$

$$4 - 4 + a = 0, a = 0$$

4. 길이가 5cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 2 : 3 이 되었다. 작은 정사각형의 한 변의 길이는?

①  $-10 - \sqrt{6}$

②  $-10 + \sqrt{6}$

③  $-5 + 5\sqrt{6}$

④  $-5 - 5\sqrt{6}$

⑤  $-10 + 5\sqrt{6}$

해설

두 변의 길이를  $x$  cm,  $(5 - x)$  cm라 하면

$$x^2 : (5 - x)^2 = 2 : 3$$

$$3x^2 = 2(5 - x)^2$$

$$x^2 + 20x - 50 = 0$$

$$x = -10 \pm 5\sqrt{6}$$

$$0 < x < 5 \text{ 이므로 } x = -10 + 5\sqrt{6}$$

5. 서로 다른 세 개의  $x$  값에 대하여  $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$  이라 한다. 이 때,  $abc$  의 값은?

① 100

② 120

③ 240

④ -120

⑤ -100

### 해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의  $x$  값에 대하여 성립하므로  $x$  에 대한  
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

6. 부등식  $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때,  $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

부등식  $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

7. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.  
또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?

① 235

② 325

③ 532

④ 523

⑤ 358

### 해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각  $p, q, r$ 라 하면  
 $p, q$ 는 0이상 10미만의 정수이고  
 $r$ 은 1이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 10 \cdots \textcircled{㉠} \\ 4q = p + r \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서  $q = 2$

$$100p + 20 + r = 100r + 20 + p + 198$$

$$p - r = 2 \cdots \textcircled{㉢}$$

$q = 2$ 를  $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면  $p + r = 8 \cdots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉢} + \textcircled{㉣}$ 에서  $p = 5, r = 3$

따라서 구하는 수는 325이다.

8. 이차방정식  $x - \frac{3}{x} = 6$  의 두 근을  $p, q$  라고 할 때  $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$  의 값을 구하면?

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{ 의 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$  를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{ 에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{ 에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$

9. 두 개의 이차방정식  $x^2 + ax + 2 = 0$  과  $x^2 - 2x - a = 0$  은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수  $a$  의 값을 구하면?

①  $x = 2, a = -3$

②  $x = 2, a = 3$

③  $x = 1, a = 3$

④  $x = -1, a = -3$

⑤  $x = -1, a = 3$

### 해설

두 방정식의 공통인 해를  $\alpha$  라 하고  $x = \alpha$  를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠ - ㉡ 하면

$$(a + 2)\alpha + (a + 2) = 0, (a + 2)(\alpha + 1) = 0$$

$a = -2$  또는  $\alpha = -1$  에서  $a > 0$  이므로  $\alpha = -1$

$\alpha = -1$  을 ㉠에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

10.  $x^2 + ax + b = 0$  에서 계수  $a, b$  를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를  $a$ , 두 번째의 수를  $b$  라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{1}{6}$

④  $\frac{1}{9}$

⑤  $\frac{1}{18}$

### 해설

중근을 가지려면  $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는  $(a, b)$ 를 구하면  $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은  $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$  이다.

11. 이차방정식  $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$  의 양의 근을  $\alpha$  라고 할 때,  $\alpha^2 + 4\alpha$  의 값은?

①  $24 + 5\sqrt{21}$

②  $26 + 6\sqrt{23}$

③  $28 + 7\sqrt{26}$

④  $32 + 8\sqrt{23}$

⑤  $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$  의 양변에  $12x$  를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

$\alpha$  는 양의 근이므로  $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$

12. 방정식  $xy + y^2 - x + 8 = 0$  을 만족시키는 순서쌍  $(x, y)$  가 한 개 존재할 때,  $x - y$  의 값은?

①  $-2 \pm 2\sqrt{2}$

②  $-3 \pm \sqrt{2}$

③  $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④  $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤  $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$  라 하면  $y = x - k$

이것을  $xy + y^2 - x + 8 = 0$  에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍  $(x, y)$  가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

13.  $\frac{7}{3 + \sqrt{2}}$  의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$  라 할 때,  $b$  는 이차방정식  $ax^2 - kx - m = 0$  의 한 근이다. 이때, 유리수  $k, m$  의 차  $k - m$  의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3 + \sqrt{2}} = \frac{7(3 - \sqrt{2})}{7} = 3 - \sqrt{2} = 1. \times \times \times$$

$$\therefore a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$$

$2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}$  가  $ax^2 - kx - m = 0$  의 근이므로

$$\frac{k}{a} = 4, -\frac{m}{a} = 2$$

$$\therefore k = 4, m = -2$$

$$\therefore k - m = 4 - (-2) = 6$$

14. 지면에서 초속 36m 로 똑바로 위로 던진 공의  $t$  초 후의 높이를  $hm$  라고 하면  $h = 36t - 4t^2$  인 관계가 있다고 한다. 공이 80m 이상의 높이에서 머무른 시간을  $a \leq t \leq b$  할 때,  $a + b$  의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$36t - 4t^2 = 80$$

$$4t^2 - 36t + 80 = 0$$

$$(t - 4)(t - 5) = 0$$

$$\therefore t = 4, 5$$

$$4 \leq t \leq 5$$

$$\therefore a + b = 4 + 5 = 9$$

15. 밑면의 반지름의 길이가 7cm 이고 높이가  $h$ cm 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 반지름의 길이를 조금 줄였더니 원기둥의 부피가 처음보다 64% 감소했을 때, 줄인 반지름의 길이는?

① 2.5cm

② 2.6cm

③ 2.7cm

④ 2.8cm

⑤ 2.9cm

### 해설

반지름의 줄인 길이를  $x$  cm 라 하면

원래 원기둥의 부피는  $7^2\pi h$  cm

나중 원기둥의 부피는  $(7-x)^2\pi h$  cm

부피가 64% 감소했으므로

$$(7-x)^2\pi h = 0.36 \times 7^2\pi h$$

$$(7-x)^2 = (0.6 \times 7)^2$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } 7-x = 4.2$$

$$\therefore x = 2.8(\text{cm})$$