

1. 식 $2(x+2)^2 = x^2 - x$ 을 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, b 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$2(x+2)^2 = x^2 - x$$

$$2(x^2 + 4x + 4) = x^2 - x$$

$$2x^2 + 8x + 8 - x^2 + x = 0$$

$$x^2 + 9x + 8 = 0$$

$$\therefore b = 9$$

2. 이차방정식 $\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$ 을 풀면?

- ① $-2 \pm 2\sqrt{10}$ ② $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$ ③ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{5}$
④ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{7}$ ⑤ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{9}$

해설

$$\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$$

각 항에 10 을 곱하고 정리하면

$$2x^2 - 8x + 8 = 5x^2 - 4x - 4$$

$$3x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-12)}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$

3. 이차방정식 $kx^2 + 4x + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖게 될 k 의 범위는?

① $k > 4$

② $k < 4$

③ $k \geq 4$

④ $k \leq 4$

⑤ $-4 \leq k \leq 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k > 0$$

$$\therefore k < 4$$

4. 다음 보기 중 $ab = 0$ 인 경우를 모두 고른 것은?

보기

- | | |
|---|--|
| $\textcircled{\text{㉠}} a = 0$ 또는 $b = 0$ | $\textcircled{\text{㉡}} a \neq 0$ 그리고 $b = 0$ |
| $\textcircled{\text{㉢}} a = 0$ 그리고 $b \neq 0$ | $\textcircled{\text{㉣}} a \neq 0$ 그리고 $b \neq 0$ |

- | | | |
|--|--|--|
| ① $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ | ② $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉣}}$ | ③ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$ |
| ④ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$ | ⑤ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$ | |

해설

$ab = 0$ 인 경우는 $a = 0$ 또는 $b = 0$
즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0 인 경우이다.

5. 이차방정식 $ax^2 - 5x - 3 = 0$ ($a \neq 0$)의 한 근이 3 일 때, 상수 a 의 값과 다른 한 근을 구하면?

① $a = 3, x = -\frac{1}{3}$

② $a = 3, x = \frac{1}{3}$

③ $a = 2, x = -\frac{1}{2}$

④ $a = 2, x = \frac{1}{2}$

⑤ $a = 2, x = 3$

해설

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 9a - 15 - 3 = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore a = 2, x = -\frac{1}{2}$$

6. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 자연수의 합은 얼마인가?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } 4$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4$$

∴ 세 자연수는 3, 4, 5

$$\text{세 자연수의 합 : } 3 + 4 + 5 = 12$$

7. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로
 x 에 a 를 대입하면
 $(a-1)(a-b) = -1$
i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우
 $a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합
ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우
 $a = 2, b = 3$
 $\therefore b = 3$

8. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은?

① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x - 3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

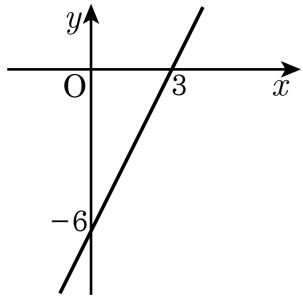
따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

10. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.
두 근을 각각 α, β 라 할 때,
두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로
$$\begin{aligned} \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20 \end{aligned}$$

11. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{A}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } \alpha = -1 \text{ 에서 } a > 0 \text{ 이므로 } \alpha = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면}$$

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

12. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$

13. x 에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, x 에 대한 이차방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

① 근 없음

② $x=p$ 또는 $x=q$

③ $x=p$ 또는 $x=-q$

④ $x=-p$ 또는 $x=q$

⑤ $x=-p$ 또는 $x=-q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2+(p+q)x+(pq-k)=0$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha+\beta=-(p+q), \alpha\beta=pq-k$$

방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 을 정리하면

$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta+k=0$$

$$\therefore x^2+(p+q)x+pq=0 (\because 1)$$

인수분해하면 $(x+p)(x+q)=0$ 이므로

구하는 두 근은 $x=-p$ 또는 $x=-q$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 + 3x - 11 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 3x - 11 = 0$

② $x^2 + 3x - 13 = 0$

③ $x^2 + x - 13 = 0$

④ $x^2 + x - 11 = 0$

⑤ $x^2 + x - 9 = 0$

해설

$x^2 + 3x - 11 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -11$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은 $(\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$
두 근의 곱은 $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -13$
 $\therefore x^2 + x - 13 = 0$

15. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 만큼 줄였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

처음 원의 반지름 : r

줄인 원의 반지름 : $r - 3$

$$\pi(r - 3)^2 = \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$r^2 - 6r + 9 = \frac{1}{4}r^2$$

$$\frac{3}{4}r^2 - 6r + 9 = 0$$

$$r^2 - 8r + 12 = 0$$

$$(r - 2)(r - 6) = 0$$

$$\therefore r = 6 \text{ cm } (r > 3 \text{ 이므로})$$