

1. 다음 이차함수의 그래프 중에서 x 축에 대하여 서로 대칭인 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면?

㉠ $y = -2x^2$	㉡ $y = -\frac{1}{3}x^2$	㉢ $y = -\frac{1}{6}x^2$
㉤ $y = -3x^2$	㉥ $y = \frac{1}{6}x^2$	㉦ $y = 2x^2$

- ① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉤ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉡, ㉥ ⑤ ㉤, ㉦

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.
따라서 ㉠, ㉢ 또는 ㉢, ㉥이다.

2. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

3. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

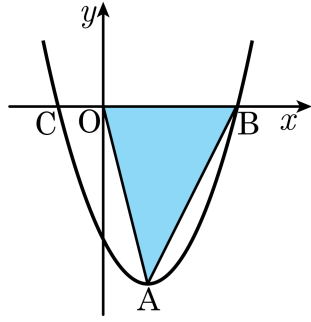
$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

4. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



- ① 16 ② 8 ③ 12 ④ 6 ⑤ 10

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 (1, -4) 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

B 의 좌표는 (3, 0) 이다.

$$\therefore (\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

5. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0, A = -8\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

7. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -3 ③ -4 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

8. x 에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, x 에 대한 이차방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

$(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

- ① 근 없음 ② $x = p$ 또는 $x = q$
③ $x = p$ 또는 $x = -q$ ④ $x = -p$ 또는 $x = q$
⑤ $x = -p$ 또는 $x = -q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2 + (p + q)x + (pq - k) = 0$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = -(p + q), \quad \alpha\beta = pq - k$$

방정식 $(x - \alpha)(x - \beta) + k = 0$ 을 정리하면

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta + k = 0$$

$$\therefore x^2 + (p + q)x + pq = 0 \quad (\because 1)$$

인수분해하면 $(x+p)(x+q)=0$ 이므로

구하는 두 근은 $x = -p$ 또는 $x = -q$ 이다.

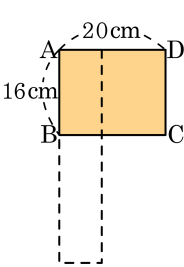
9. 지면에서 초속 36m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 36t - 4t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 80m 이상의 높이에서 머무른 시간을 $a \leq t \leq b$ 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 36t - 4t^2 &= 80 \\ 4t^2 - 36t + 80 &= 0 \\ (t - 4)(t - 5) &= 0 \\ \therefore t &= 4, 5 \\ 4 &\leq t \leq 5 \\ \therefore a + b &= 4 + 5 = 9 \end{aligned}$$

10. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm, 16cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어난다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아 지는데 걸리는 시간은?

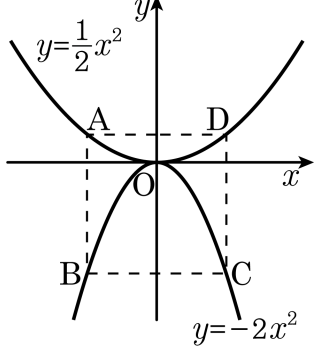


- ① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초
④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면
처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$
 x 초 후의 넓이는 $(20 - 2x)(16 + 4x)$ 이다.
따라서 $(20 - 2x)(16 + 4x) = 320$
 $-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 6$

11. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$ 의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D 가 있다. 이 때, □ABCD 는 정사각형일 때, 점 A 의 y 좌표는?



- ① $\frac{2}{25}$ ② $\frac{4}{25}$ ③ $\frac{6}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{11}{25}$

해설

점 A 의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이라고 하면 $B(a, -2a^2)$,
 $D\left(-a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AB}$ 이므로
 $2a = \left\{\frac{1}{2}a^2 - (-2a^2)\right\}$, $a = \frac{4}{5}$ ($\because a \neq 0$) 이다.
따라서 점 A 의 y 좌표는 $\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8}{25}$ 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$

$\therefore x = -1, 6$

$\therefore AB = 6 - (-1) = 7$

13. 이차함수 $y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① 직선 $x = -1$ 을 축으로 한다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 7)$ 이다.
- ③ $y = -2x^2 + 4x + 7$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$ 이다.

해설

$y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면,
 $-2 - a + 7 = 1 \therefore a = 4$
따라서 포물선의 식은 $y = -2x^2 - 4x + 7 = -2(x + 1)^2 + 9$
① 축의 식은 $x = -1$
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 9)$
③ y 축에 대칭인 그래프는 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = -2x^2 + 4x + 7$
④ 그래프의 개형 (대략적인 모양) 을 그려보면 x 축과 두 점에서 만난다.
⑤ y 절편은 7 이고 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(-1, 4)$ 를 지날 때, 꼭짓점은 제 A 사분면 위에 있으며 제 B 사분면과 제 C 사분면을 지나지 않는다. $A + B + C$ 의 값을 구하면?

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

주어진 세 점을 각각 $y = ax^2 + bx + c$ 에 대입한다.

점 $(0, 1)$ 을 대입하면 $c = 1$

점 $(1, 2)$ 를 대입하면 $a + b + 1 = 2$

즉, $a + b = 1$ …… ㉠

점 $(-1, 4)$ 를 대입하면 $a - b + 1 = 4$

즉, $a - b = 3$ …… ㉡

㉠+ ㉡에서 $2a = 4$

$\therefore a = 2, b = -1$

$$\begin{aligned}\therefore y &= 2x^2 - x + 1 \\ &= 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) + 1 \\ &= 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}\end{aligned}$$

따라서, 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{8}\right)$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 제

1사분면 위에 있으며 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록 즉, 제 1, 2

사분면을 지난다.

따라서 $A = 1, B = 3, C = 4$ 이므로 $A + B + C = 1 + 3 + 4 = 8$

이다.

15. 이차함수 $y = x^2 - 6mx - 9m + 6$ 의 최솟값을 $f(m)$ 이라고 할 때, $f(m)$ 의 최댓값을 구하면?

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{33}{4}$ ④ $\frac{31}{2}$ ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6mx - 9m + 6 \\ &= (x^2 - 6mx + 9m^2) + (-9m^2 - 9m + 6) \\ &= (x - 3m)^2 + (-9m^2 - 9m + 6) \end{aligned}$$

$$f(m) = -9m^2 - 9m + 6 = -9\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{33}{4}$$

$\therefore f(m)$ 의 최댓값은 $\frac{33}{4}$ 이다.