

1. 다음 이차함수의 그래프 중에서 x 축에 대하여 서로 대칭인 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면?

㉠ $y = -2x^2$

㉡ $y = -\frac{1}{3}x^2$

㉢ $y = -\frac{1}{6}x^2$

㉤ $y = -3x^2$

㉥ $y = \frac{1}{6}x^2$

㉦ $y = 2x^2$

① ㉠, ㉦

② ㉡, ㉤

③ ㉢, ㉥

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉤, ㉦

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

따라서 ㉠, ㉦ 또는 ㉢, ㉥이다.

2. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100

② 120

③ 240

④ -120

⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

3. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$) 의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

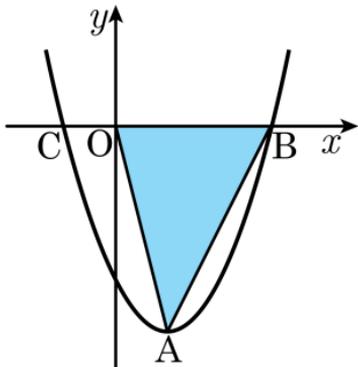
$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

4. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



① 16

② 8

③ 12

④ 6

⑤ 10

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A의 좌표는 (1, -4)이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

B의 좌표는 (3, 0)이다.

$$\therefore (\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

5. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8

② -6

③ -2

④ 6

⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

6. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

① 21

② 35

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

7. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\frac{3}{2}$

② -3

③ -4

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

9. 지면에서 초속 36m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 36t - 4t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 80m 이상의 높이에서 머무른 시간을 $a \leq t \leq b$ 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$36t - 4t^2 = 80$$

$$4t^2 - 36t + 80 = 0$$

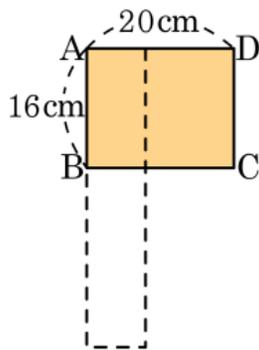
$$(t - 4)(t - 5) = 0$$

$$\therefore t = 4, 5$$

$$4 \leq t \leq 5$$

$$\therefore a + b = 4 + 5 = 9$$

10. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm, 16cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어난다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아 지는데 걸리는 시간은?



- ① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초
 ④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면

처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$

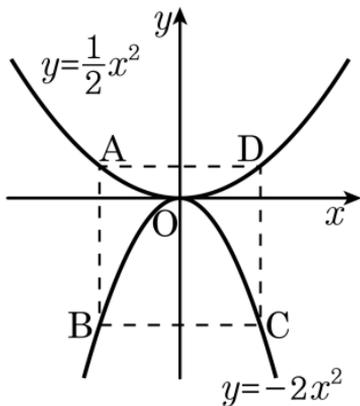
x 초 후의 넓이는 $(20 - 2x)(16 + 4x)$ 이다.

따라서 $(20 - 2x)(16 + 4x) = 320$

$-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 6$

11. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$ 의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D 가 있다. 이 때, $\square ABCD$ 는 정사각형일 때, 점 A 의 y 좌표는?



① $\frac{2}{25}$

② $\frac{4}{25}$

③ $\frac{6}{25}$

④ $\frac{8}{25}$

⑤ $\frac{11}{25}$

해설

점 A 의 좌표를 $(a, \frac{1}{2}a^2)$ 이라고 하면 B $(a, -2a^2)$,

D $(-a, \frac{1}{2}a^2)$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AB}$ 이므로

$$2a = \left\{ \frac{1}{2}a^2 - (-2a^2) \right\}, a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0) \text{ 이다.}$$

따라서 점 A 의 y 좌표는 $\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{5} \right)^2 = \frac{8}{25}$ 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$$

13. 이차함수 $y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 직선 $x = -1$ 을 축으로 한다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 7)$ 이다.
- ③ $y = -2x^2 + 4x + 7$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$ 이다.

해설

$y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면,

$$-2 - a + 7 = 1 \therefore a = 4$$

따라서 포물선의 식은 $y = -2x^2 - 4x + 7 = -2(x + 1)^2 + 9$

- ① 축의 식은 $x = -1$
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 9)$
- ③ y 축에 대칭인 그래프는 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = -2x^2 + 4x + 7$
- ④ 그래프의 개형(대략적인 모양)을 그려보면 x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ y 절편은 7 이고 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(-1, 4)$ 를 지날 때, 꼭짓점은 제 A 사분면 위에 있으며 제 B 사분면과 제 C 사분면을 지나지 않는다. $A + B + C$ 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

주어진 세 점을 각각 $y = ax^2 + bx + c$ 에 대입한다.

점 $(0, 1)$ 을 대입하면 $c = 1$

점 $(1, 2)$ 를 대입하면 $a + b + 1 = 2$

즉, $a + b = 1$ ㉠

점 $(-1, 4)$ 를 대입하면 $a - b + 1 = 4$

즉, $a - b = 3$ ㉡

㉠+ ㉡에서 $2a = 4$

$\therefore a = 2, b = -1$

$\therefore y = 2x^2 - x + 1$

$$= 2 \left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} \right) + 1$$

$$= 2 \left(x - \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{7}{8}$$

따라서, 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{8} \right)$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 제

1사분면 위에 있으며 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록 즉, 제 1, 2 사분면을 지난다.

따라서 $A = 1, B = 3, C = 4$ 이므로 $A + B + C = 1 + 3 + 4 = 8$ 이다.

15. 이차함수 $y = x^2 - 6mx - 9m + 6$ 의 최솟값을 $f(m)$ 이라고 할 때, $f(m)$ 의 최댓값을 구하면?

① $\frac{21}{4}$

② $\frac{13}{2}$

③ $\frac{33}{4}$

④ $\frac{31}{2}$

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 6mx - 9m + 6 \\&= (x^2 - 6mx + 9m^2) + (-9m^2 - 9m + 6) \\&= (x - 3m)^2 + (-9m^2 - 9m + 6)\end{aligned}$$

$$f(m) = -9m^2 - 9m + 6 = -9\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{33}{4}$$

$\therefore f(m)$ 의 최댓값은 $\frac{33}{4}$ 이다.