1. $\frac{17}{2^3 \times 5 \times 7} \times a$는 유한소수로 나타낼 수 있다. 이때, 가장 작은 자연수 a의 값은?

① 7　　② 6　　③ 5　　④ 4　　⑤ 3

해설

$\frac{17}{2^3 \times 5 \times 7} \times a$가 유한소수이여야 하므로 a는 7의 배수이고 7의 배수 중 가장 작은 수는 7이 된다.

2. 다음 중 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 고르면?

① $\frac{1}{6} > 0.17$　② $3.4\dot{9} = 3.5$　③ $0.\dot{3}\dot{0} = 0.3$

④ $0.4\dot{3} > 0.\dot{4}\dot{3}$　⑤ $\frac{1}{15} > 0.\dot{0}\dot{6}$

해설

① $\frac{1}{6} < 0.17 \left(\Rightarrow \frac{1}{6} = 0.1666\cdots\right)$

② $3.4\dot{9} = \frac{349-34}{90} = \frac{35}{10} = 3.5$

③ $0.\dot{3}\dot{0} > 0.3 \ (\Rightarrow 0.\dot{3}\dot{0} = 0.3030\cdots)$

④ $0.4\dot{3} < 0.\dot{4}\dot{3} \ (\Rightarrow 0.4\dot{3} = 0.433333\cdots,\ 0.\dot{4}\dot{3} = 0.434343\cdots)$

3. 부등식 $\frac{1}{6} < 0.\dot{a} < \frac{1}{3}$을 만족하는 한 자리의 자연수 a의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 4　　④ 6　　⑤ 8

해설

$\frac{1}{6} < \frac{a}{9} < \frac{1}{3}$

$\frac{3}{18} < \frac{2a}{18} < \frac{6}{18}$

$3 < 2a < 6$

$\frac{3}{2} < a < 3$

$\therefore a = 2$

4. 순환소수 $1.5\dot{1}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수를 모두 고르면?

① 9　　② 18　　③ 45　　④ 90　　⑤ 99

해설

$1.5\dot{1} = \frac{151-15}{90} = \frac{68}{45}$ 이므로

자연수가 되기 위해서는 45 의 배수를 곱해야 한다.

따라서 이를 만족하는 두 자리의 자연수는 45, 90 이다.

5. 어떤 다항식에서 $3x-2y+1$을 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $5x-7y+2$가 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

① $-x-3y$ ② $-x-3y+1$ ③ $-2x+3y-2$
④ $-2x-y$ ⑤ $3x-7y$

해설

어떤 식을 A라 하면
$A+(3x-2y+1)=5x-7y+2$
$A=(5x-7y+2)-(3x-2y+1)=2x-5y+1$
$\therefore\ (2x-5y+1)-(3x-2y+1)=-x-3y$

6. $2x+3y=3(x-1)+5y$ 일 때, $xy+y-3$ 을 y 에 관한 식을 나타내면?

① $2y^2-4y-3$ ② $2y^2+4y+3$ ③ $2y^2+4y-3$
④ $-2y^2+4y+3$ ⑤ $-2y^2+4y-3$

해설

$2x+3y=3x-3+5y$를 x로 정리하면 $x=-2y+3$
주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} xy+y-3 &= (-2y+3)y+y-3 \\ &= -2y^2+4y-3 \end{aligned}$$

7. 다음 두 부등식의 해가 같을 때, a의 값을 구하여라.

$$\frac{5}{2}x+1>\frac{5x-3}{3}+x,\ \ 5x+1<3x+a$$

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

$\frac{5}{2}x+1>\frac{5x-3}{3}+x$ 의 양변에 6을 곱하면

$15x+6>10x-6+6x \quad \therefore\ 12>x$

$5x+1<3x+a$를 정리하면

$2x<a-1 \quad \therefore\ x<\frac{a-1}{2}$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$\frac{a-1}{2}=12$

$\therefore\ a=25$

8. 냉장고에 있는 물병에서 갑은 들어 있는 물의 양의 $\frac{1}{4}$ 을 마셨고, 을은 남은 물의 $\frac{1}{3}$ 을 마셨다. 마지막으로 병이 남은 물의 $\frac{2}{3}$ 를 마셨는데도 물이 2L 이상 남아 있다면 처음 물병에 들어 있던 물의 양은 몇 L 이상인지 구하여라.

▶ 답 : _____ L

▷ 정답 : 12 L

해설

처음 물병에 들어있던 물의 양을 xL 라 하면

$x \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \geq 2$

$\therefore x \geq 12$

9. 유리수는 유한소수와 (가)로 나누어진다. 다음 중 (가)에 속하는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $\frac{5}{12}$	㉡ -3.141592
㉢ $0.4272727\cdots$	㉣ $\frac{7}{28}$
㉤ $-\frac{5}{6}$	㉥ $-\frac{108}{2\times3^2}$
㉦ $\frac{5}{350}$	㉧ $\frac{10}{2\times5\times7}$
㉨ $\frac{27}{2\times3^2\times5}$	

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.
㉠ 순환소수
㉡ 유한소수
㉢ 순환소수
㉣ 유한소수
㉤ 순환소수
㉥ 유한소수
㉦ 순환소수
㉧ 순환소수
㉨ 유한소수

10. 다음 순환소수 $x = 1.05252\cdots$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① x 는 유리수이다.

② 순환마디는 25 이다.

③ $1000x - 100x$는 정수이다.

④ $x = 1.0\dot{5}\dot{2}$ 이다.

⑤ 분수로 나타내면 $\frac{521}{495}$ 이다.

해설

① x는 유리수이다.
② 순환마디는 52 이다.
③ $1000x - 10x$는 정수이다.
④ $x = 1.0\dot{5}\dot{2}$ 이다.
⑤ 분수로 나타내면 $\frac{521}{495}$ 이다.

11. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\left(\frac{yz}{x}\right)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}$

② $\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^2}{27}$

③ $\left(\frac{x}{2y^2}\right)^3 = \frac{x^3}{8y^6}$

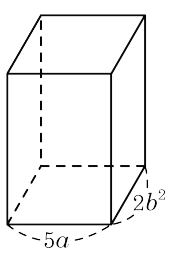
④ $\left(\frac{3}{x}\right)^4 = \frac{81}{x^4}$

⑤ $\left(-\frac{xy}{2}\right)^4 = \frac{x^4y^4}{16}$

해설

$\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^6}{27}$ 이므로 옳지 않은 것은②이다.

12. 다음 그림은 밑면의 가로의 길이가 $5a$, 세로의 길이가 $2b^2$ 인 직육면체이다. 이 직육면체의 부피가 $40a^3b^4$ 일 때, 높이는?



① $2a^2b^3$　② $3a^3b^2$　③ $4a^2b^2$　④ $5a^4b^2$　⑤ $6a^2b^5$

해설

$40a^3b^4 = 5a \times 2b^2 \times$ (높이)

(높이)$= 40a^3b^4 \div 5a \div 2b^2 = 4a^2b^2$

13. $0 < x < 1$일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $x = x^2$　　② $x > \frac{1}{x}$　　③ $x < \frac{1}{x}$

④ $x \leq x^2$　　⑤ $-x < -1$

해설

③ $x = \frac{b}{a}$ $(a > b)$로 놓으면 $\frac{1}{x} = \frac{a}{b}$이므로 $x < \frac{1}{x}$ 이다.

14. $-11 < 3a - 5 < 7$, $-5 < 2b + 9 < -1$ 일 때, $a - b$ 의 범위는?

① $-9 < a - b < 3$
② $-3 < a - b < 3$
③ $-9 < a - b < -1$
④ $3 < a - b < 11$
⑤ $-3 < a - b < 11$

해설

$-11 < 3a - 5 < 7 \rightarrow -2 < a < 4 \cdots$㉠
$-5 < 2b + 9 < -1 \rightarrow -7 < b < -5 \cdots$㉡이라 하면
㉡에서 각각의 변에 -1 을 곱하면
$5 < -b < 7 \cdots$㉢이다.
따라서 ㉠+㉢ 을 하면 $3 < a - b < 11$ 이다.

15. $A = \left\{x \middle| 0.3x + \frac{1}{2} > \frac{4}{5}x - 4,\ x\text{는 5보다 큰 자연수}\right\}$ 에 대하여 $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$0.3x + \frac{1}{2} > \frac{4}{5}x - 4$

양변에 10 을 곱한다.

$3x + 5 > 8x - 40$

$3x - 8x > -40 - 5$

$-5x > -45$

$\therefore\ x < 9$

따라서 조건을 만족하는 자연수 x 는 6, 7, 8 이다.

$\therefore\ n(A) = 3$

16. 현재까지 형은 30000 원, 동생은 10000 원을 저금하였다. 매월 형은 3000 원씩, 동생은 2000 원씩 저금한다면 형의 저금액이 동생의 저금액의 2 배보다 적어지는 것은 몇 개월째부터인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개월

▷ 정답 : 11 개월

해설

x 개월 후에 형의 저금액이 동생의 저금액의 2 배보다 적어지게 된다면

$30000 + 3000x < 2(10000 + 2000x)$

$\therefore x > 10$

17. 어느 공원의 입장료는 20 명 이상은 10%, 40 명 이상은 15% 를 할인해 준다고 한다. 20 명 이상 40 명 미만인 단체는 몇 명 이상일 때 40 명의 입장권을 사는 것이 유리한지 구하여라.

▶ 답 : _____ 명

▷ 정답 : 38 명

해설

사람 수를 x 명이라 한다.

$0.85 \times 40 < 0.9x$

$34 < 0.9x$

$34 \times \frac{10}{9} < x$

$\therefore 37\frac{7}{9} < x \Rightarrow$ 38 명 이상 일 때, 40 명의 입장권을 사는 것이 유리하다.

18. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{7}$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

영철 : $0.\dot{3}\dot{7} = \frac{37}{99}$,

영은 : $1.3\dot{5} = \frac{135-13}{90} = \frac{61}{45}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = \mathrm{A}$ 이다.

19. $3^{x+2}+3^{x+1}+3^{x}=1053$ 일 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^x = t$ 로 놓으면

$3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x$

$= 9t + 3t + t = 1053$

$13t = 1053,\ t = 81$

$3^x = 81 = 3^4$

$\therefore x = 4$

20. $x=2$, $y=\frac{1}{3}$, $z=-4$ 일 때, $\frac{xy^2z-2x^2y+5yz^2}{3x^2yz}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{9}$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{y}{3x}-\frac{2}{3z}+\frac{5z}{3x^2} \\
&= \frac{\frac{1}{3}}{6}-\left(\frac{2}{-12}\right)+\left(-\frac{20}{12}\right) \\
&= \frac{1}{18}+\frac{1}{6}-\frac{5}{3} \\
&= -\frac{13}{9}
\end{aligned}
$$

21. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a-3ab+5b}{a+b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{3}{4}$

$\frac{a+b}{ab}=\frac{3}{4}$

$\therefore\ 3ab=4(a+b)$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5(a+b)-3ab}{a+b}\\ &= \frac{5(a+b)-4(a+b)}{a+b}\\ &= \frac{a+b}{a+b}\\ &= 1\end{aligned}$$

22. 6% 의 소금물 300g 과 9% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 9% 의 소금물을 몇 g 이상 섞었는가?

① 120g 이상 ② 130g 이상 ③ 140g 이상
④ 150g 이상 ⑤ 160g 이상

해설

구하려는 소금물을 x라 하면

$\frac{6}{100} \times 300 + \frac{9}{100} \times x \geq \frac{7}{100}(x + 300)$

$\therefore\ x \geq 150\ (\mathrm{g})$

23. 다음 중 가장 작은 수는?

① 2^{20} ② 3^{15} ③ 4^{10} ④ 5^{5} ⑤ 6^{5}

해설

① $2^{20} = (2^4)^5$
② $3^{15} = (3^3)^5$
③ $4^{10} = 2^{20} = (2^4)^5$
따라서 가장 큰 작은 수는 ④이다.

24. 자연수 n 의 일의 자리 숫자를 $P(n)$ 이라고 할 때, $P(4^{101})+P(7^{99})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$4=4$
$4^2=16$
$4^3=64$
$7=7$
$7^2=49$
$7^3=343$
$7^4=2401$
위에서 알 수 있듯이 일의 자리 숫자는 각각 4 의 거듭제곱은 4, 6 이 반복되며, 7 의 거듭제곱은 7, 9, 3, 1 이 반복된다.
$101\div2=50\cdots1,\ 99\div4=24\cdots3$
그러므로 $P(4^{101})+P(7^{99})=4+3=7$ 이다.

25. 다음 $(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 = x^3y^2$ 에서 자연수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2$

$= x^{3a}y^a \times x^{3b}y^{2b} \times \dfrac{1}{x^6y^2}$

$x^{3a+3b-6}y^{a+2b-2} = x^3y^2$

$3a + 3b - 6 = 3$

$\therefore a + b = 3$

$a + 2b - 2 = 2$

$\therefore a + 2b = 4$

$\therefore\ a = 2,\ b = 1$