

1. $\frac{17}{2^3 \times 5 \times 7} \times a$ 는 유한소수로 나타낼 수 있다. 이때, 가장 작은 자연수 a 의 값은?

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

$\frac{17}{2^3 \times 5 \times 7} \times a$ 가 유한소수이어야 하므로 a 는 7의 배수이고 7의 배수 중 가장 작은 수는 7이 된다.

2. 다음 중 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 고르면?

① $\frac{1}{6} > 0.17$

② $3.4\dot{9} = 3.5$

③ $0.\dot{3}\dot{0} = 0.3$

④ $0.4\dot{3} > 0.\dot{4}\dot{3}$

⑤ $\frac{1}{15} > 0.0\dot{6}$

해설

① $\frac{1}{6} < 0.17$ ($\Rightarrow \frac{1}{6} = 0.1666\dots$)

② $3.4\dot{9} = \frac{349 - 34}{90} = \frac{35}{10} = 3.5$

③ $0.\dot{3}\dot{0} > 0.3$ ($\Rightarrow 0.\dot{3}\dot{0} = 0.3030\dots$)

④ $0.4\dot{3} < 0.\dot{4}\dot{3}$ ($\Rightarrow 0.4\dot{3} = 0.433333\dots, 0.\dot{4}\dot{3} = 0.434343\dots$)

3. 부등식 $\frac{1}{6} < 0.\dot{a} < \frac{1}{3}$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\frac{1}{6} < \frac{a}{9} < \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{18} < \frac{2a}{18} < \frac{6}{18}$$

$$3 < 2a < 6$$

$$\frac{3}{2} < a < 3$$

$$\therefore a = 2$$

4. 순환소수 $1.5\bar{1}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수를 모두 고르면?

① 9

② 18

③ 45

④ 90

⑤ 99

해설

$$1.5\bar{1} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45} \text{ 이므로}$$

자연수가 되기 위해서는 45의 배수를 곱해야 한다.

따라서 이를 만족하는 두 자리의 자연수는 45, 90이다.

5. 어떤 다항식에서 $3x - 2y + 1$ 을 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $5x - 7y + 2$ 가 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

① $-x - 3y$

② $-x - 3y + 1$

③ $-2x + 3y - 2$

④ $-2x - y$

⑤ $3x - 7y$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$A + (3x - 2y + 1) = 5x - 7y + 2$$

$$A = (5x - 7y + 2) - (3x - 2y + 1) = 2x - 5y + 1$$

$$\therefore (2x - 5y + 1) - (3x - 2y + 1) = -x - 3y$$

6. $2x + 3y = 3(x - 1) + 5y$ 일 때, $xy + y - 3$ 을 y 에 관한 식을 나타내면?

① $2y^2 - 4y - 3$

② $2y^2 + 4y + 3$

③ $2y^2 + 4y - 3$

④ $-2y^2 + 4y + 3$

⑤ $-2y^2 + 4y - 3$

해설

$2x + 3y = 3x - 3 + 5y$ 를 x 로 정리하면 $x = -2y + 3$

주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} xy + y - 3 &= (-2y + 3)y + y - 3 \\ &= -2y^2 + 4y - 3 \end{aligned}$$

7. 다음 두 부등식의 해가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

$$\frac{5}{2}x + 1 > \frac{5x - 3}{3} + x, \quad 5x + 1 < 3x + a$$

① 23

② 24

③ 25

④ 26

⑤ 27

해설

$\frac{5}{2}x + 1 > \frac{5x - 3}{3} + x$ 의 양변에 6을 곱하면

$$15x + 6 > 10x - 6 + 6x \quad \therefore 12 > x$$

$5x + 1 < 3x + a$ 를 정리하면

$$2x < a - 1 \quad \therefore x < \frac{a - 1}{2}$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$\frac{a - 1}{2} = 12$$

$$\therefore a = 25$$

8. 냉장고에 있는 물병에서 갑은 들어 있는 물의 양의 $\frac{1}{4}$ 을 마셨고, 을은 남은 물의 $\frac{1}{3}$ 을 마셨다. 마지막으로 병이 남은 물의 $\frac{2}{3}$ 를 마셨는데도 물이 2L 이상 남아 있다면 처음 물병에 들어 있던 물의 양은 몇 L 이상인지 구하여라.

▶ 답: L

▶ 정답: 12 L

해설

처음 물병에 들어있던 물의 양을 x L라 하면

$$x \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \geq 2$$

$$\therefore x \geq 12$$

9. 유리수는 유한소수와 (가)로 나누어진다. 다음 중 (가)에 속하는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $\frac{5}{12}$

㉡ -3.141592

㉢ $0.4272727 \dots$

㉣ $\frac{7}{28}$

㉤ $-\frac{5}{6}$

㉥ $-\frac{108}{2 \times 3^2}$

㉦ $\frac{5}{350}$

㉧ $\frac{10}{2 \times 5 \times 7}$

㉨ $\frac{27}{2 \times 3^2 \times 5}$

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.

㉠ 순환소수

㉡ 유한소수

㉢ 순환소수

㉣ 유한소수

㉤ 순환소수

㉥ 유한소수

㉦ 순환소수

㉧ 순환소수

㉨ 유한소수

10. 다음 순환소수 $x = 1.05252\cdots$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① x 는 유리수이다.

② 순환마디는 25이다.

③ $1000x - 100x$ 는 정수이다.

④ $x = 1.05\dot{2}$ 이다.

⑤ 분수로 나타내면 $\frac{521}{495}$ 이다.

해설

① x 는 유리수이다.

② 순환마디는 52이다.

③ $1000x - 10x$ 는 정수이다.

④ $x = 1.05\dot{2}$ 이다.

⑤ 분수로 나타내면 $\frac{521}{495}$ 이다.

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} \left(\frac{yz}{x}\right)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}$$

$$\textcircled{3} \left(\frac{x}{2y^2}\right)^3 = \frac{x^3}{8y^6}$$

$$\textcircled{5} \left(-\frac{xy}{2}\right)^4 = \frac{x^4y^4}{16}$$

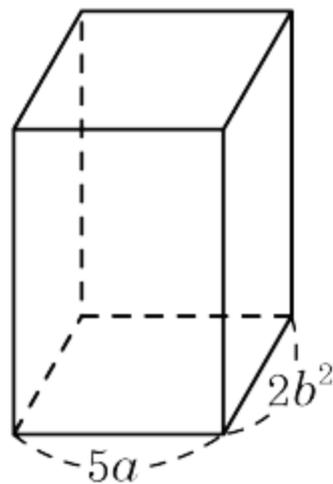
$$\textcircled{2} \left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^2}{27}$$

$$\textcircled{4} \left(\frac{3}{x}\right)^4 = \frac{81}{x^4}$$

해설

$\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^6}{27}$ 이므로 옳지 않은 것은 ②이다.

12. 다음 그림은 밑면의 가로 길이가 $5a$, 세로 길이가 $2b^2$ 인 직육면체이다. 이 직육면체의 부피가 $40a^3b^4$ 일 때, 높이는?



① $2a^2b^3$

② $3a^3b^2$

③ $4a^2b^2$

④ $5a^4b^2$

⑤ $6a^2b^5$

해설

$$40a^3b^4 = 5a \times 2b^2 \times (\text{높이})$$

$$(\text{높이}) = 40a^3b^4 \div 5a \div 2b^2 = 4a^2b^2$$

13. $0 < x < 1$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $x = x^2$

② $x > \frac{1}{x}$

③ $x < \frac{1}{x}$

④ $x \leq x^2$

⑤ $-x < -1$

해설

③ $x = \frac{b}{a}$ ($a > b$)로 놓으면 $\frac{1}{x} = \frac{a}{b}$ 이므로 $x < \frac{1}{x}$ 이다.

14. $-11 < 3a - 5 < 7$, $-5 < 2b + 9 < -1$ 일 때, $a - b$ 의 범위는?

① $-9 < a - b < 3$

② $-3 < a - b < 3$

③ $-9 < a - b < -1$

④ $3 < a - b < 11$

⑤ $-3 < a - b < 11$

해설

$$-11 < 3a - 5 < 7 \rightarrow -2 < a < 4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-5 < 2b + 9 < -1 \rightarrow -7 < b < -5 \cdots \textcircled{㉡} \text{이라 하면}$$

$\textcircled{㉡}$ 에서 각각의 변에 -1 을 곱하면

$$5 < -b < 7 \cdots \textcircled{㉢} \text{이다.}$$

따라서 $\textcircled{㉠} + \textcircled{㉢}$ 을 하면 $3 < a - b < 11$ 이다.

15. $A = \left\{ x \mid 0.3x + \frac{1}{2} > \frac{4}{5}x - 4, x \text{는 } 5 \text{보다 큰 자연수} \right\}$ 에 대하여 $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$0.3x + \frac{1}{2} > \frac{4}{5}x - 4$$

양변에 10을 곱한다.

$$3x + 5 > 8x - 40$$

$$3x - 8x > -40 - 5$$

$$-5x > -45$$

$$\therefore x < 9$$

따라서 조건을 만족하는 자연수 x 는 6, 7, 8이다.

$$\therefore n(A) = 3$$

16. 현재까지 형은 30000 원, 동생은 10000 원을 저금하였다. 매월 형은 3000 원씩, 동생은 2000 원씩 저금한다면 형의 저금액이 동생의 저금액의 2배보다 적어지는 것은 몇 개월째부터인지 구하여라.

▶ 답 : 개월

▶ 정답 : 11 개월

해설

x 개월 후에 형의 저금액이 동생의 저금액의 2배보다 적어지게 된다면

$$30000 + 3000x < 2(10000 + 2000x)$$

$$\therefore x > 10$$

18. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{7}$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{61}{99}$

해설

$$\text{영철 : } 0.\dot{3}\dot{7} = \frac{37}{99},$$

$$\text{영은 : } 1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = A \text{ 이다.}$$

19. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$3^x = t$ 로 놓으면

$$3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x$$

$$= 9t + 3t + t = 1053$$

$$13t = 1053, t = 81$$

$$3^x = 81 = 3^4$$

$$\therefore x = 4$$

20. $x = 2$, $y = \frac{1}{3}$, $z = -4$ 일 때, $\frac{xy^2z - 2x^2y + 5yz^2}{3x^2yz}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{13}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{y}{3x} - \frac{2}{3z} + \frac{5z}{3x^2} \\ &= \frac{\frac{1}{3}}{6} - \left(\frac{2}{-12}\right) + \left(-\frac{20}{12}\right) \\ &= \frac{1}{18} + \frac{1}{6} - \frac{5}{3} \\ &= -\frac{13}{9}\end{aligned}$$

21. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a - 3ab + 5b}{a + b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 3ab = 4(a+b)$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{5(a+b) - 3ab}{a+b} \\ &= \frac{5(a+b) - 4(a+b)}{a+b} \\ &= \frac{a+b}{a+b} \\ &= 1 \end{aligned}$$

22. 6% 의 소금물 300g 과 9% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 9% 의 소금물을 몇 g 이상 섞었는가?

① 120g 이상

② 130g 이상

③ 140g 이상

④ 150g 이상

⑤ 160g 이상

해설

구하려는 소금물을 x 라 하면

$$\frac{6}{100} \times 300 + \frac{9}{100} \times x \geq \frac{7}{100} (x + 300)$$

$$\therefore x \geq 150 \text{ (g)}$$

23. 다음 중 가장 작은 수는?

① 2^{20}

② 3^{15}

③ 4^{10}

④ 5^5

⑤ 6^5

해설

① $2^{20} = (2^4)^5$

② $3^{15} = (3^3)^5$

③ $4^{10} = 2^{20} = (2^4)^5$

따라서 가장 큰 작은 수는 ④이다.

24. 자연수 n 의 일의 자리 숫자를 $P(n)$ 이라고 할 때, $P(4^{101}) + P(7^{99})$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$4 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$7 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

위에서 알 수 있듯이 일의 자리 숫자는 각각 4 의 거듭제곱은 4, 6 이 반복되며, 7 의 거듭제곱은 7, 9, 3, 1 이 반복된다.

$$101 \div 2 = 50 \cdots 1, \quad 99 \div 4 = 24 \cdots 3$$

그러므로 $P(4^{101}) + P(7^{99}) = 4 + 3 = 7$ 이다.

25. 다음 $(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 = x^3y^2$ 에서 자연수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2$$

$$= x^{3a}y^a \times x^{3b}y^{2b} \times \frac{1}{x^6y^2}$$

$$x^{3a+3b-6}y^{a+2b-2} = x^3y^2$$

$$3a + 3b - 6 = 3$$

$$\therefore a + b = 3$$

$$a + 2b - 2 = 2$$

$$\therefore a + 2b = 4$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$