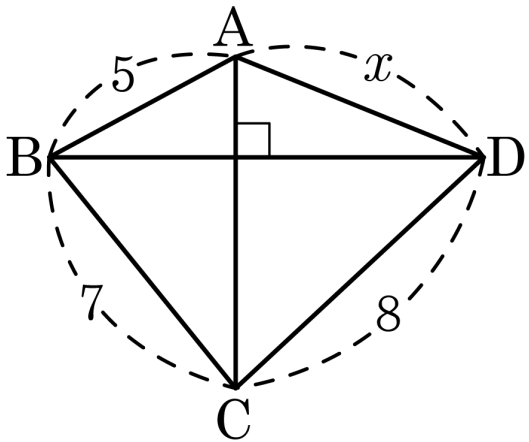
1. 다음 사각형에서 x 의 값을 구하면?



① 6 ② $\sqrt{37}$ ③ $\sqrt{39}$

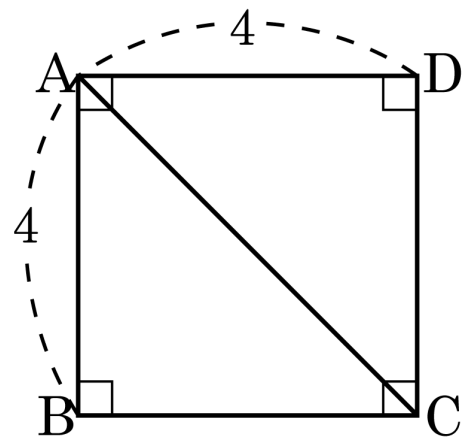
④ $2\sqrt{10}$ ⑤ 7

해설

$5^2 + 8^2 = x^2 + 7^2$

$\therefore\ x = 2\sqrt{10}$

2. 다음 정사각형의 대각선의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=6$

해설

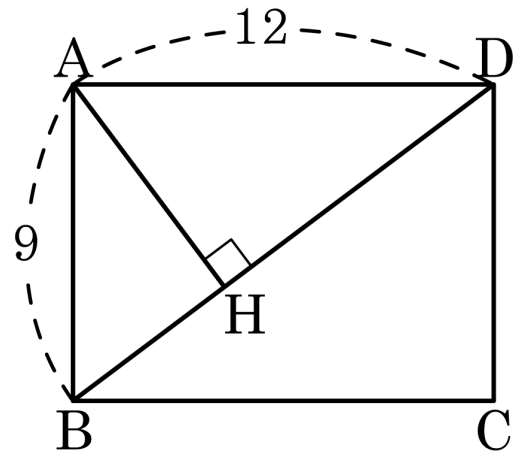
피타고라스 정리를 적용하여

$x^2=4^2+4^2$

$x>0$ 이므로 $x=4\sqrt{2}$

따라서 $a=4, b=2$ 이므로 $a+b=6$ 이다.

3. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AD} = 12$ 일 때, 꼭짓점 A 에서 대각선 BD 까지의 거리 $\overline{AH}$ 를 구하여라. (소수로 표현할 것)



① 7.0 ② 7.1 ③ 7.2 ④ 7.4 ⑤ 7.6

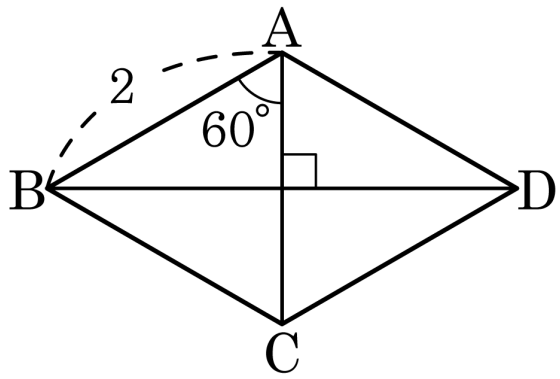
해설

$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$9 \times 12 = 15 \times \overline{AH}$

$\therefore \overline{AH} = 7.2$

4. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 마름모이다. □ABCD 의 넓이는?



① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4

④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

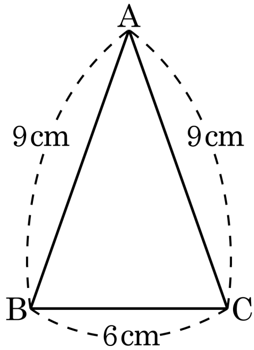
해설

대각선의 교점을 H 라 하면 △ABH 에서

$\overline{AH} = 1$, $\overline{BH} = \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AC} = 2$, $\overline{BD} = 2\sqrt{3}$

$\therefore$ □ABCD $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

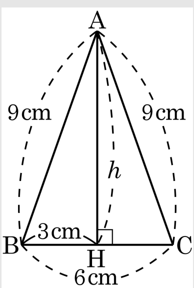
5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 9\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $18\sqrt{2}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

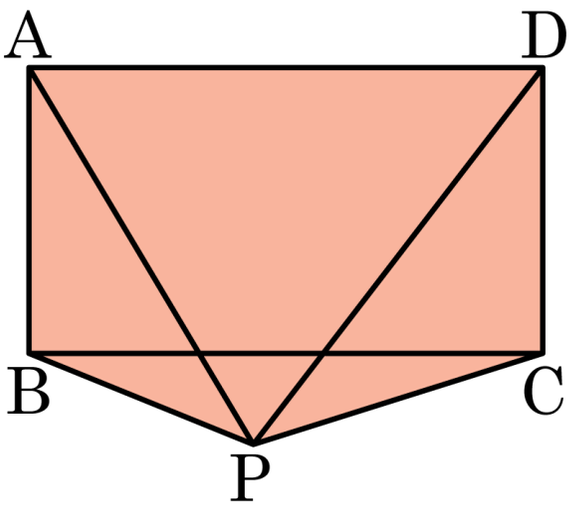


높이를 h라고 하면

$h = \sqrt{81-9} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

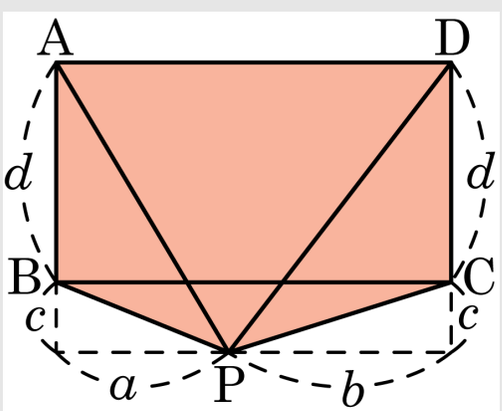
$\therefore$ (넓이) $= 6 \times 6\sqrt{2} \times \dfrac{1}{2} = 18\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다.
$\overline{PA}^2 = 20$, $\overline{PB}^2 = 5$, $\overline{PD}^2 = 25$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하면?



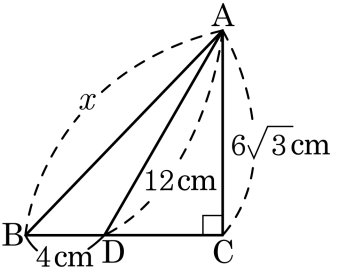
① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

해설



$\therefore \overline{PC} = \sqrt{10}$

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{13}$cm ② $2\sqrt{13}$cm ③ $3\sqrt{13}$cm

④ $4\sqrt{13}$cm ⑤ $5\sqrt{13}$cm

해설

$\overline{CD} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{144 - 108}$

$= \sqrt{36} = 6$ (cm)

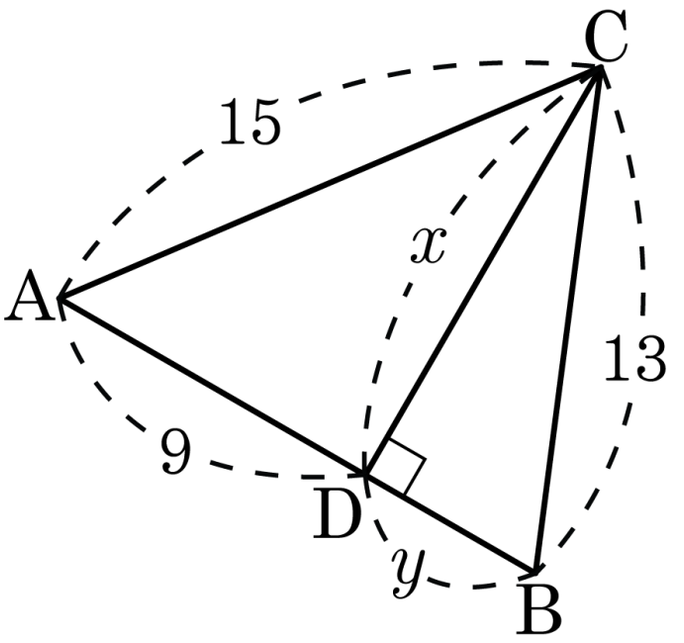
$x = \sqrt{10^2 + (6\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{100 + 108}$

$= \sqrt{208}$

$= 4\sqrt{13}$(cm)

8. 다음은 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 인 삼각형 $\triangle ABC$ 이다. $2x - y$ 의 값을 구하면?



① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

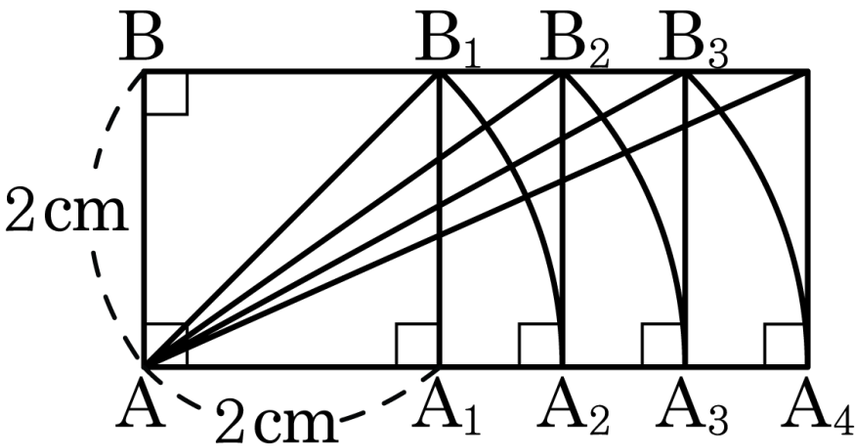
$\triangle ADC$ 가 직각삼각형이므로

$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$

$y = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore 2x - y = 2 \times 12 - 5 = 19$

9. 다음 그림과 같이 $\square AA_1B_1B$ 는 한 변의 길이가 2cm 인 정사각형이고, 점 A 를 중심으로 하여 $\overline{AB_1}$, $\overline{AB_2}$, $\overline{AB_3}$ 을 반지름으로 하는 호를 그릴 때, $\overline{AA_4}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

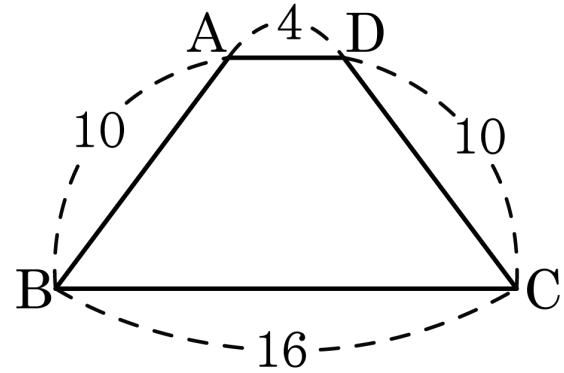
해설

$\overline{AA_2} = \overline{AB_1} = 2\sqrt{2}$

$\overline{AA_3} = \overline{AB_2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\overline{AA_4} = \overline{AB_3} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{16} = 4$

10. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

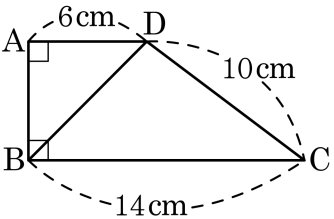
사다리꼴 ABCD 의 높이를 h 라 하면

$h^2 = 100 - 36 = 64$

$h = 8$

$\therefore$ (사다리꼴의 넓이) $= (4 + 16) \times 8 \times \frac{1}{2} = 80$

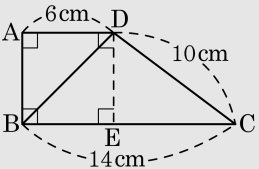
11. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle A = \angle B = 90°$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 14\text{cm}$,
$\overline{CD} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

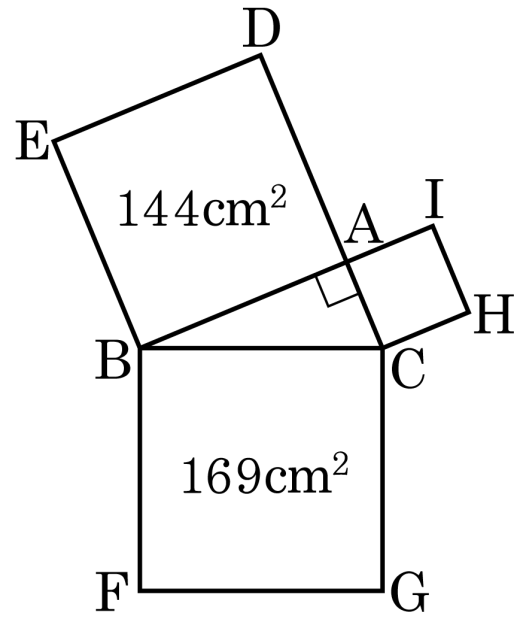
▷ 정답 : $6\sqrt{2}$ cm

해설



점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하자.
$\overline{EC} = 14 - 6 = 8(\text{cm})$
삼각형 CDE 에서 피타고라스 정리를 이용하면
$\overline{DE} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6(\text{cm})$
삼각형 BDE 에서 피타고라스 정리를 이용하면
$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

12. 다음 그림은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하여 정사각형을 그린 것이다. $\square ABED = 144\,cm^2$, $\square BFGC = 169\,cm^2$ 일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : _____ cm

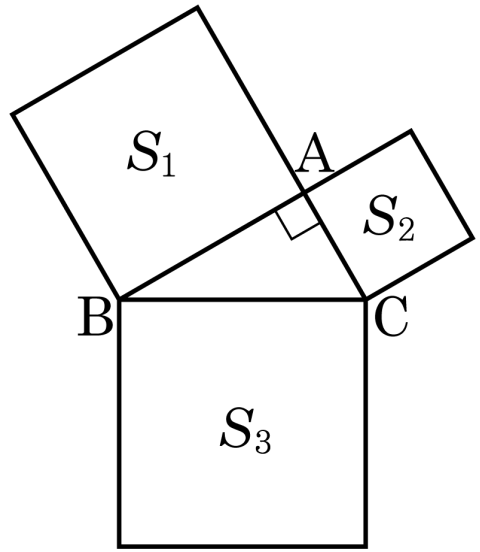
▷ 정답 : 5 cm

해설

$\overline{AB} = \sqrt{144} = 12\ (cm)$, $\overline{BC} = \sqrt{169} = 13\ (cm)$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (cm)$

13. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB}$: $\overline{BC} = 2 : 3$ 일 때, $S_2 : S_3$ 는?



① $2 : \sqrt{5}$ ② $\sqrt{5} : 3$ ③ $2 : 3$

④ $5 : 9$ ⑤ $4 : 5$

해설

$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로

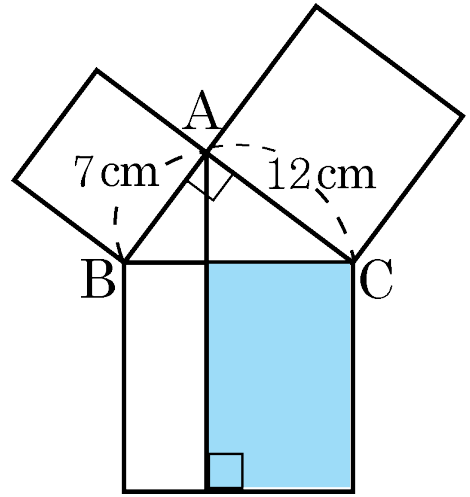
$S_1 : S_3 = 4 : 9$

$S_1 = 4a$ 라 하면 $S_3 = 9a$

$S_2 = S_3 - S_1 = 5a$

따라서 $S_2 : S_3 = 5 : 9$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 3개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이는?



① $49\,\mathrm{cm}^2$ ② $120\,\mathrm{cm}^2$

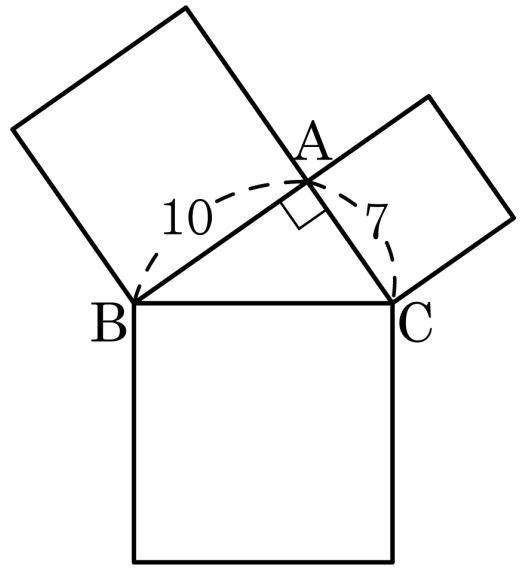
③ $144\,\mathrm{cm}^2$ ④ $150\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $84\,\mathrm{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함한 정사각형의 넓이와 같으므로 $12^2 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하여 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 10$, $\overline{AC} = 7$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이를 구하여라.



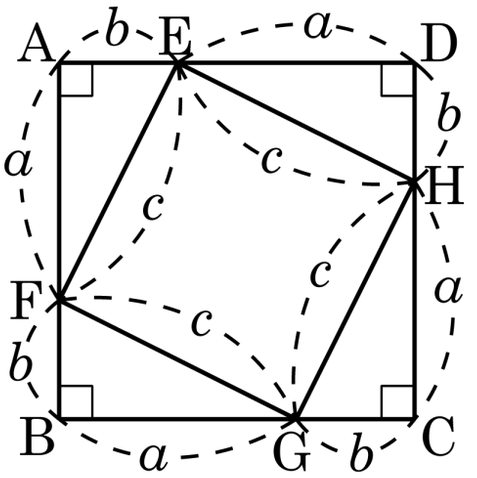
▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$\overline{AB} = 10$ 을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 100
$\overline{AC} = 7$ 을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 49 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $100 + 49 = 149$ 이다.

16. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle EHG = 90°$

② $\square EFGH$ 는 정사각형이다.

③ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.

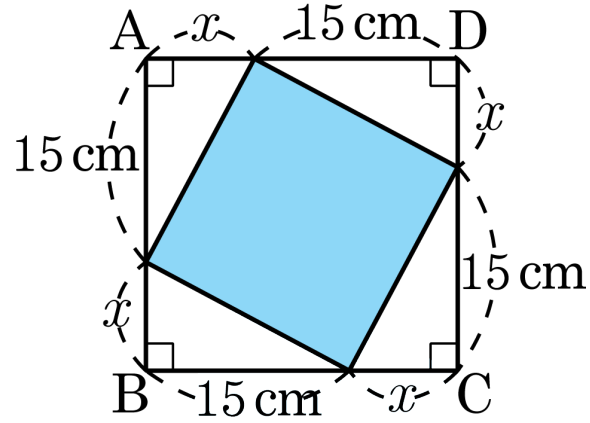
④ $\triangle BGF \equiv \triangle CHG$

⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90°$

해설

$\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

17. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. 어두운 부분의 넓이가 $289\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



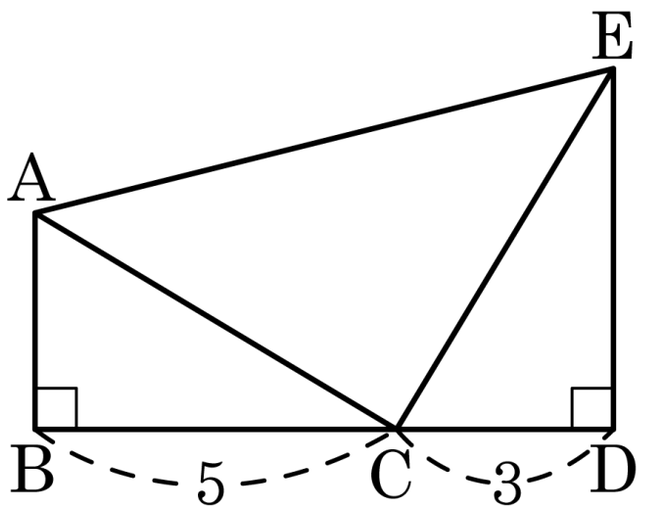
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

어두운 부분은 정사각형이므로 한 변의 길이가 $\sqrt{289}\,\mathrm{cm}$ 이다.
피타고라스 정리에서 $(\sqrt{289})^2 = (15)^2 + x^2$ 이므로
$x^2 + 15^2 = 289$, $x^2 = 64$
$\therefore x = 8(\mathrm{cm})$

18. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{BC} = 5$, $\overline{CD} = 3$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?

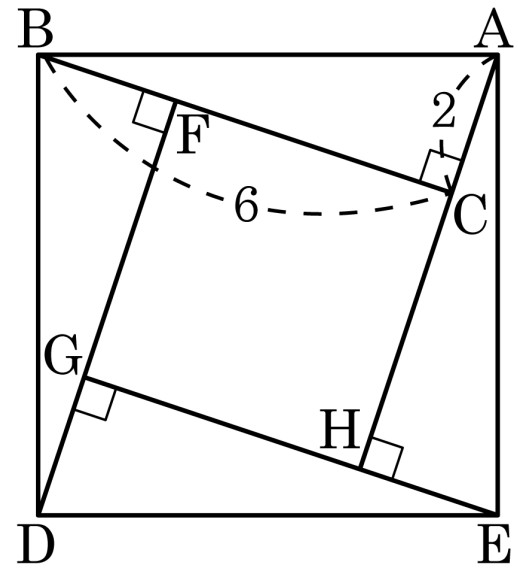


① $\sqrt{17}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ $2\sqrt{15}$ ④ 8 ⑤ $2\sqrt{17}$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90°$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$
따라서 $\overline{AE^2} = (\sqrt{34})^2 + (\sqrt{34})^2 = 68$, $\overline{AE} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ 이다.

19. 합동인 직각삼각형 4 개를 이용하여 다음 그림과 같이 □BDEA 를 만들었다. 이 때, □BDEA 와 □FGHC 의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 3 : 2 ③ 5 : 2 ④ 4 : 3 ⑤ 5 : 3

해설

$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ 이므로
□BDEA 의 넓이는 $(2\sqrt{10})^2 = 40$ 이다.
또, $\overline{CF} = 6 - 2 = 4$ 이므로 □FGHC 의 넓이는 16 이다.
따라서 □BDEA : □FGHC = 40 : 16 = 5 : 2 이다.

20. 세 변의 길이가 각각 $x, x-7, x+2$ 인 삼각형이 직각 삼각형이 되기 위한 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

세 변의 길이는 모두 양수가 되어야 하므로 가장 작은 수인 $x-7$ 가 양수가 되어야 한다.

$x-7>0$, $x>7$

$x+2$ 가 가장 긴 변이므로

$(x+2)^2 = x^2 + (x-7)^2$

$x=3$ 또는 15

$x>7$ 이므로 $x=15$ 이다.

21. 세 변의 길이가 각각 $x+1, x-1, x+3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되게 하려고 할 때, 만족하는 x 값의 합을 구하여라.

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

세 변의 길이는 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변의 길이가 양수이어야 한다.

$x-1>0, x>1$

$x+3$ 이 가장 긴 변이므로 $(x+3)^2=(x-1)^2+(x+1)^2$, $x=-1$ 또는 7

$x>1$ 이므로 $x=7$ 만 직각삼각형이 될 조건에 만족한다.

22. 다음 중 직각삼각형인 것은? (단, $n > 1$ 이다.)

① $4n$, $7n$, $9n$

② $4n$, $5n$, $6n$

③ $10n$, $11n$, $12n$

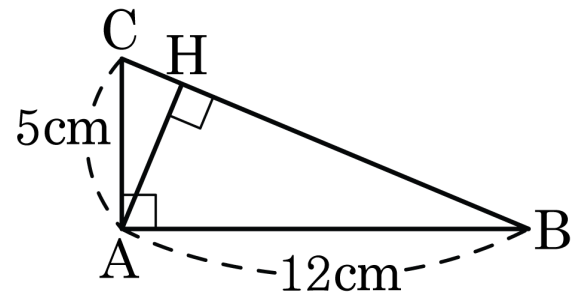
④ $n^2 - 1$, $2n$, $n^2 + 1$

⑤ $n^2 - 1$, n , $n^2 + 1$

해설

④ $(n^2 + 1)^2 = n^4 + 2n^2 + 1$, $(n^2 - 1)^2 + (2n)^2 = n^4 + 2n^2 + 1$
따라서 직각삼각형이다.

23. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발이 H 라 할 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{144}{13}$ cm

해설

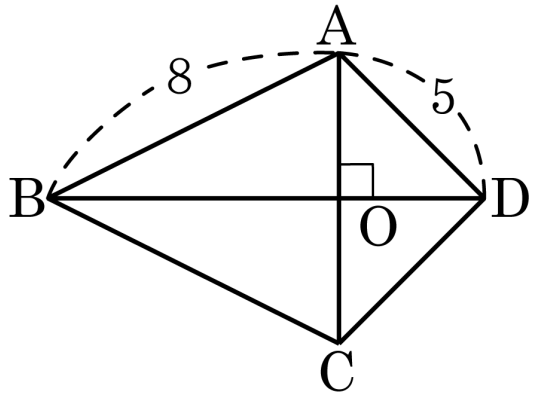
$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{BC} = 13\,\text{cm}$

$\overline{BH} = x$ 라 하자.

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$12^2 = 13x$ 이므로 $x = \frac{144}{13}(\text{cm})$ 이다.

24. 다음 삼각형에서 $\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

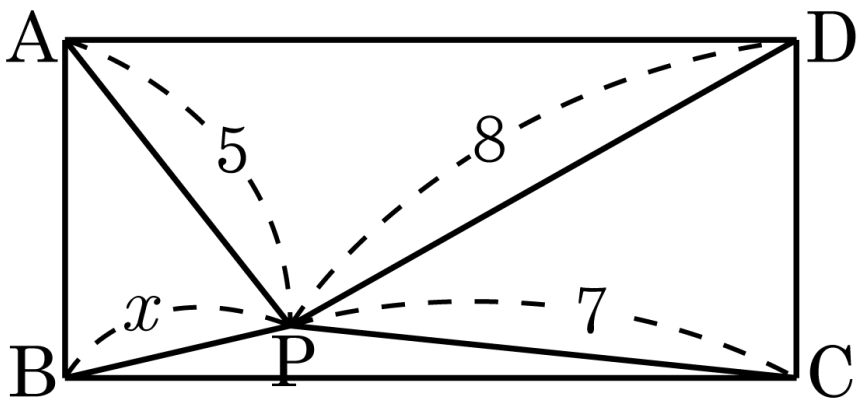
▷ 정답 : 39

해설

$8^2 + \overline{CD}^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$

$\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 8^2 - 5^2 = 39$

25. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설

$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$ 이므로 $5^2+7^2=x^2+8^2 \quad \therefore x=\sqrt{10}$

26. 직사각형의 가로와 세로의 길이의 비가 2 : 5 이고, 대각선의 길이가 58cm 일 때, 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{29}$ cm

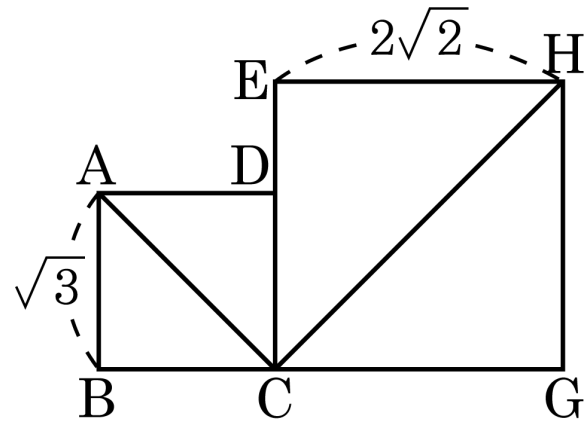
해설

가로를 $2a$, 세로를 $5a$ 라 하면

대각선의 길이 $58 = \sqrt{4a^2 + 25a^2} = a\sqrt{29}$

따라서 가로의 길이 $2a$는 $\frac{2 \times 58}{\sqrt{29}} = 4\sqrt{29}$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 두 정사각형 ABCD 와 ECGH 가 서로 붙어 있다. $\overline{AB} = \sqrt{3}$, $\overline{EH} = 2\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{AC} \times \overline{CH}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라

$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 = \overline{AC}^2$

$\overline{AC} = \sqrt{6}$

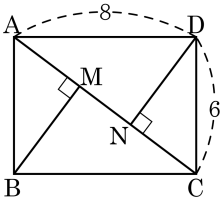
삼각형 CGH 에서 피타고라스 정리에 따라

$(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = \overline{CH}^2$

$\overline{CH} = 4$

따라서 $\overline{AC} \times \overline{CH} = \sqrt{6} \times 4 = 4\sqrt{6}$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



① $\frac{14\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{14\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{21}{5}$
④ $\frac{14}{5}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

해설

$\overline{AC} = 10,\ \overline{BM} = \overline{DN}$

$\triangle ABC = 8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 10 \times \overline{BM} \times \frac{1}{2}$

$\overline{BM} = \frac{24}{5}$

$\triangle ABM$ 에서

$$\overline{AM} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2}$$
$$= \sqrt{36 - \frac{576}{25}}$$
$$= \sqrt{\frac{900 - 576}{25}} = \sqrt{\frac{324}{25}}$$
$$= \frac{18}{5}$$

$\overline{AM} = \overline{CN}$

$\therefore\ \overline{MN} = \overline{AC} - \overline{AM} - \overline{CN}$
$$= 10 - \left(\frac{18}{5}\right) \times 2$$
$$= 10 - \frac{36}{5}$$
$$= \frac{14}{5}$$

29. 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형의 넓이를 $a\,\mathrm{cm}^2$, 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형의 넓이를 $b\,\mathrm{cm}^2$ 라고 할 때, $a-b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{3}$

해설

a 를 구하기 위해 정삼각형의 넓이

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 이고,

b를 구하면 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

따라서 $a-b = 16\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ 이다.

30. 높이가 $3\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$를 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 x라고 하면

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x = 3\sqrt{3},\ x = 6$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

$$\therefore\ 9 + 3 = 12$$

31. 넓이가 $25\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 인 정삼각형의 한 변의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$, 높이를 $b\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 이라고 할 때, $a+b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=15$

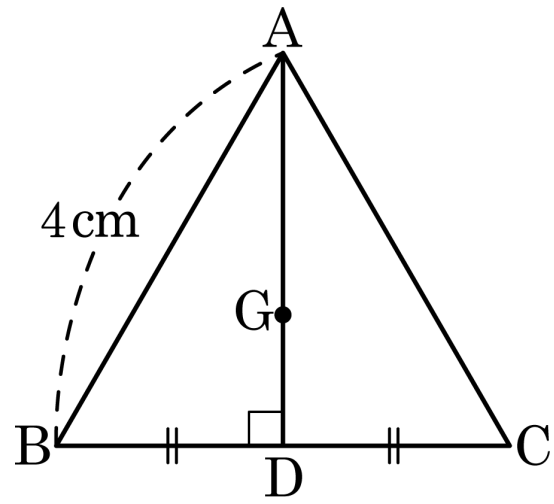
해설

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 25\sqrt{3}$, $a^2 = 100$, $a = 10$ 이다.

높이 $b\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}) \Rightarrow b = 5$ 이다.

따라서 $a+b=15$ 이다.

32. 그림과 같이 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형의 한 중선을 $\overline{AD}$, 무게중심을 G 라고 할 때, $\overline{GD}$ 의 길이는 $\frac{a\sqrt{b}}{3}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)



① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

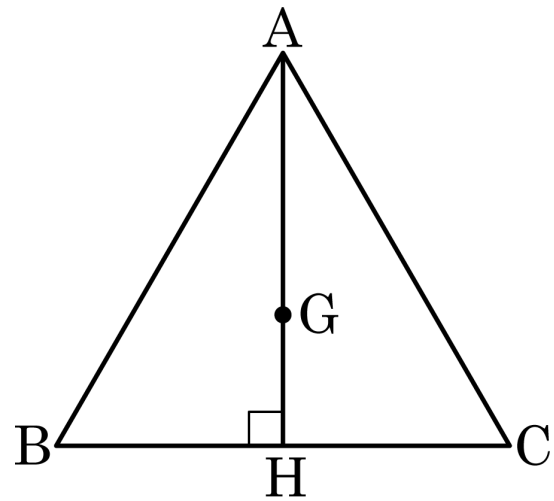
해설

$\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\overline{GD} = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

따라서 $a+b = 2+3 = 5$

33. 정삼각형 ABC에서 점 G는 무게중심이고, $\triangle ABC$의 넓이가 $4\sqrt{3}$일 때 $\overline{AG}$의 길이를 구하면?



① $\sqrt{2}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

④ 4 ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

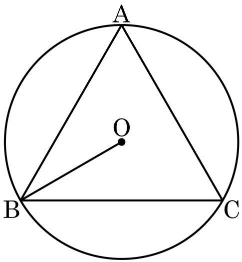
정삼각형의 한 변을 x라고 하면,

넓이 $= \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$, 높이 $= \frac{\sqrt{3}}{2}x$ 이다.

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 4\sqrt{3}$에서 $x = 4$, 높이 $= 2\sqrt{3}$ 이다.

그러므로 $\overline{AG} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 이다.

34. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O 에 내접하는 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

점 A 에서 수선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라고 하면 점 O 는 정삼각형 ABC 의 무게중심이므로 $\overline{AO} : \overline{OD} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AO} = 6\,\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\text{cm}$ 이다. 높이는 $9\,\text{cm}$ 이므로 한 변의 길이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a = 9$, $a = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$ 이다. 따라서 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}(6\sqrt{3})^2 = 27\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 이다.

35. 반지름의 길이가 12 인 원에 내접하는 정삼각형의 한 변의 길이를 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

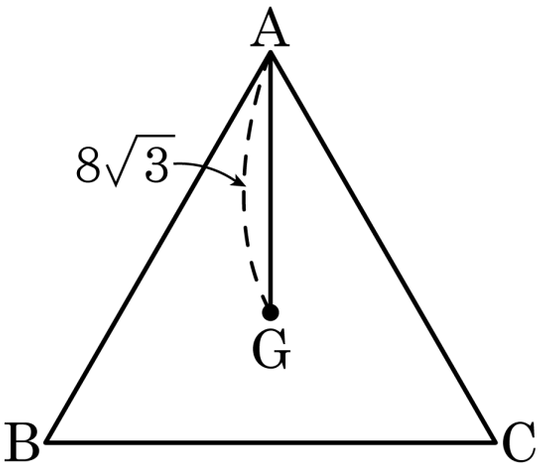
원의 중심은 정삼각형의 외심, 내심이자 무게중심이다.
따라서 정삼각형의 높이는 18 이므로
정삼각형의 한 변의 길이를 x라고 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2} \times x = 18$ 이다.

$\therefore\ x = 12\sqrt{3}$

따라서 $a+b = 15$ 이다.

36. 다음 그림의 정삼각형에서 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심이고, $\overline{AG} = 8\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $144\sqrt{3}$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라 하면

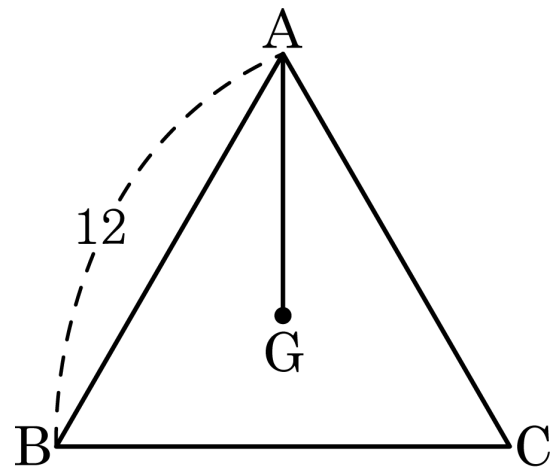
$\frac{\sqrt{3}}{2}a \times \frac{2}{3} = 8\sqrt{3}$

$\therefore\ a = 24$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 24^2 = 144\sqrt{3}$ 이다.

37. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12인 정삼각형 ABC의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{AG}$의 길이는?



① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

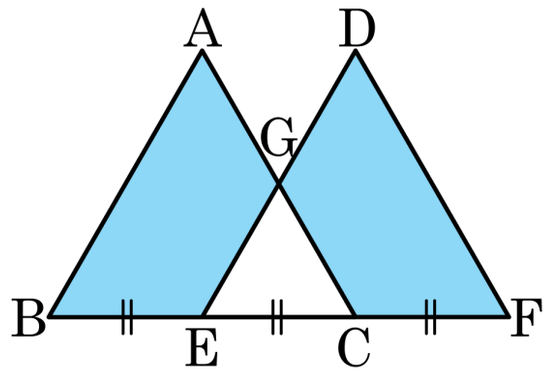
해설

△ABC가 정삼각형이므로

$\overline{AG}$의 길이는 정삼각형 높이의 $\frac{2}{3}$가 된다.

$$\overline{AG} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{2}{3} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

38. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 두 정삼각형 ABC, DEF를 $\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{CF}$ 가 되도록 포개어 놓았을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



① $18\sqrt{2}$ ② $18\sqrt{3}$ ③ $13\sqrt{3}$ ④ $36\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

해설

한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정삼각형이므로 정삼각형 GEC는 한 변이 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형이다.

(색칠한 부분의 넓이)

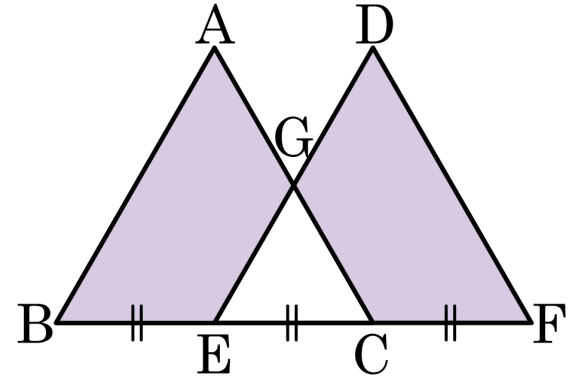
$$= \left\{ \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(4\sqrt{3}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 \right\} \times 2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times \left\{ \left(4\sqrt{3}\right)^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2 \right\}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times (48 - 12)$$

$$= 18\sqrt{3}$$

39. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 인 두 정삼각형 ABC, DEF 를 $\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{CF}$ 가 되도록 포개어 놓았을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

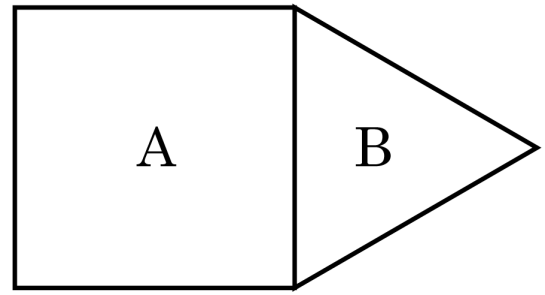
해설

$\triangle GEC$ 는 정삼각형이므로

색칠한 부분의 넓이는 $2\triangle ABC - 2\triangle GEC = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 -$

$2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{8\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ 이다.

40. 다음 도형은 한 변의 길이가 모두 같다. 이때, '삼각형의 넓이 : 사각형의 넓이' 로 옳은 것은?



① $2 : \sqrt{2}$ ② $2 : \sqrt{3}$ ③ $4 : \sqrt{2}$

④ $4 : \sqrt{3}$ ⑤ $5 : \sqrt{3}$

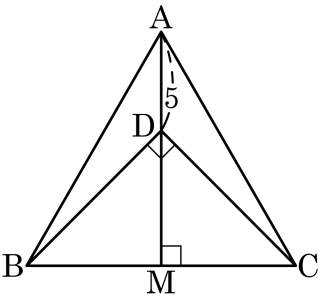
해설

모든 변의 길이를 a 라고 하면

$\mathrm{A}= a^2$, $\mathrm{B}= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\therefore\ a^2 : \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 1 : \frac{\sqrt{3}}{4} = 4 : \sqrt{3}$

41. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 점 D 는 점 A 에서 그은 수선 AM 위의 점이고 $\angle BDC = 90°$, $\overline{AD} = 5$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{3}+5$

해설

점 M 은 직각삼각형 BDC 의 외심이므로
$\overline{DM} = \overline{BM} = \overline{CM} = x$ 라 하면,
$\overline{AM} = 5 + x$, $\overline{BC} = 2x$

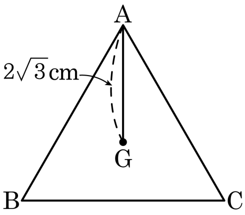
$\overline{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{BC}$

$5 + x = \sqrt{3}x$
$(\sqrt{3} - 1)x = 5$

$\therefore\ x = \frac{5(\sqrt{3}+1)}{2}$

따라서 한 변의 길이는 $2x = 5(\sqrt{3}+1)$ 이다.

42. 다음 그림에서 점 G 는 정삼각형 ABC 의 무게중심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $9\sqrt{3}\ \underline{\mathrm{cm}^2}$

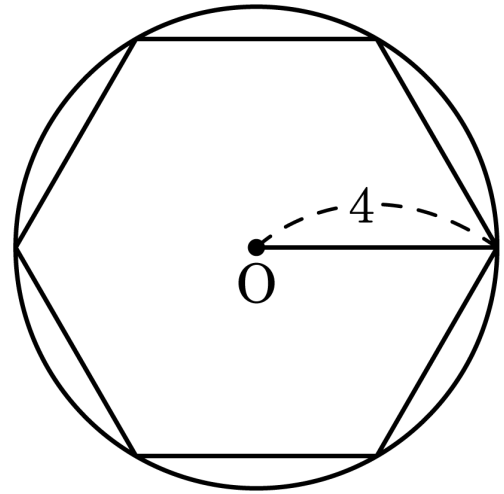
해설

한 변의 길이를 a라 하면, 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$이다.

$\overline{AG} = 2\sqrt{3} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad \therefore \ a = 6$

$\therefore \ \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

43. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 내접하는 정육각형의 넓이를 구하면?



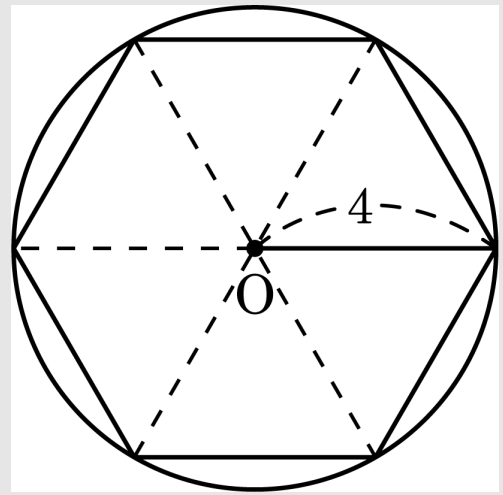
① 24 ② $24\sqrt{3}$ ③ $28\sqrt{3}$

④ $24\sqrt{6}$ ⑤ $48\sqrt{6}$

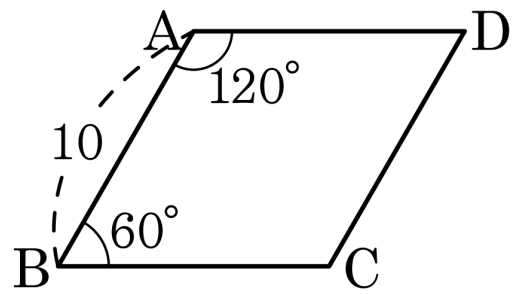
해설

정육각형은 점 O 를 기준으로 6 개의 정삼각형으로 이루어진 도형이다.

$\therefore \ \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 \times 6 = 24\sqrt{3}$



44. 다음 그림은 한 변의 길이가 10 cm 인 마름모이다. $\angle A = 120°$, $\angle B = 60°$ 일 때, 이 마름모의 넓이는?



① $50\sqrt{3}$ ② $60\sqrt{3}$ ③ $70\sqrt{3}$ ④ $80\sqrt{3}$ ⑤ $90\sqrt{3}$

해설

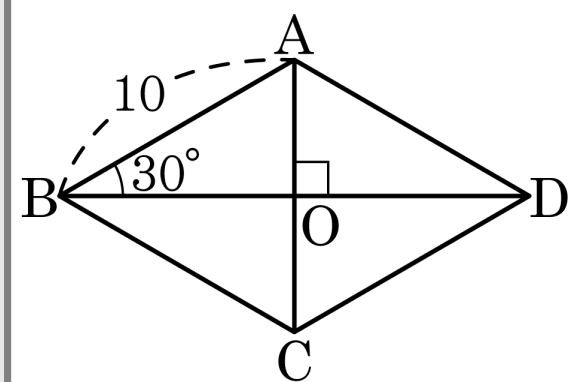
마름모의 대각선이 직교하므로

$\overline{AO} = 5$, $\overline{AC} = 10$

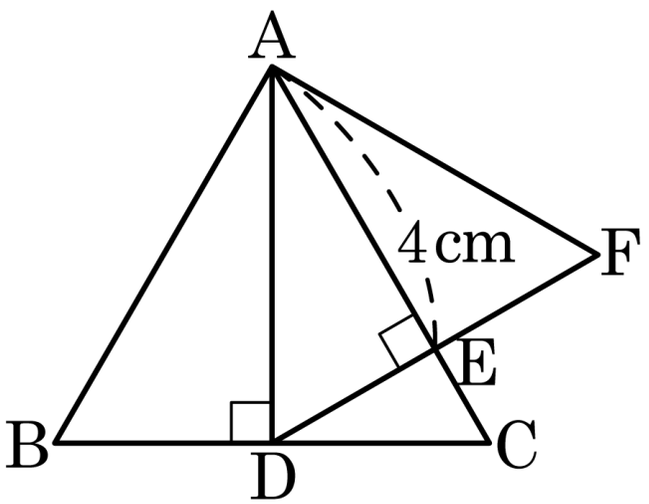
$\overline{BO} = 5\sqrt{3}$, $\overline{BD} = 10\sqrt{3}$

마름모의 넓이는 $10 \times 10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{3}$

이다.



45. 다음 그림과 같이 높이가 4cm 인 정삼각형 ADF 의 한 변을 높이로 하는 정삼각형 ABC 의 넓이를 고르면?



① $\frac{32\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$ ② $\frac{40\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$ ③ $\frac{48\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$

④ $\frac{56\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{64\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$

해설

$\triangle ADF$ 에서 $\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AD} = 4 \therefore \overline{AD} = \frac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AB} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \therefore \overline{AB} = \frac{16}{3}(\text{cm})$

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{16}{3} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{64\sqrt{3}}{9}(\text{cm}^2)$

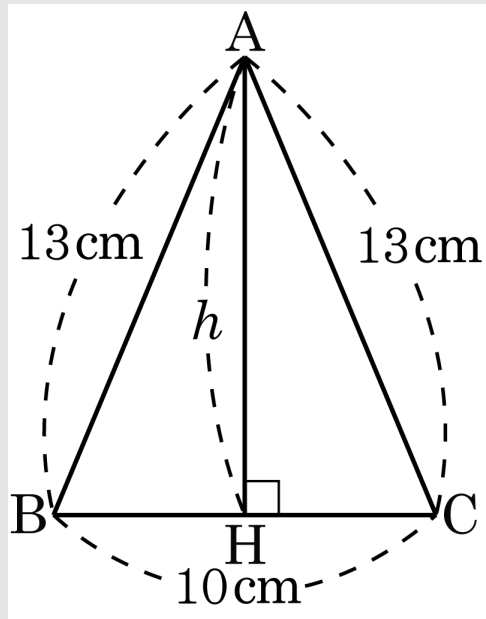
46. 세 변의 길이가 각각 13 cm , 13 cm , 10 cm 인 이등변삼각형의 가장 긴 높이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

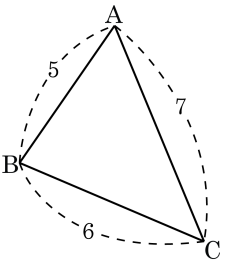
▷ 정답 : 12 cm

해설

이등변삼각형의 높이 $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$



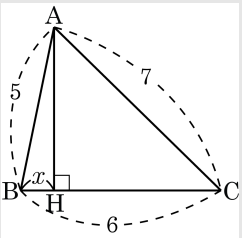
47. $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=6$, $\overline{CA}=7$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답:

▷ 정답: 12

해설



$7^2 < 5^2 + 6^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

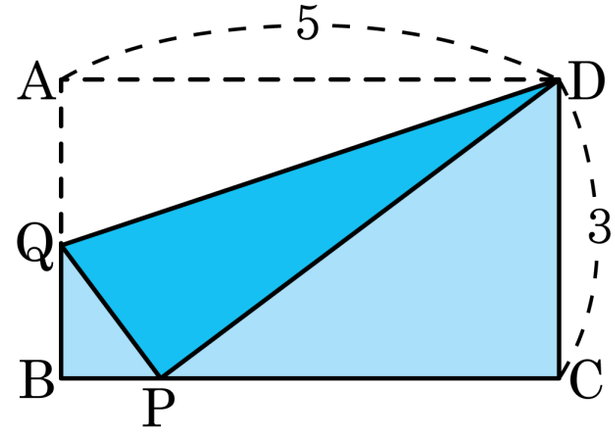
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다.

$5^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \therefore\ x = 1$

$\overline{AD} = 2\sqrt{6}$

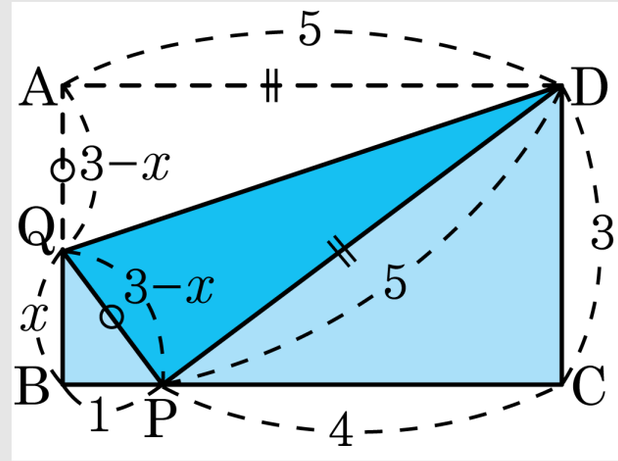
$\therefore\ (\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$

48. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 P 에 오도록 접었을 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설



$\overline{BQ} = x$ 라 하면 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = 3 - x$

$\overline{DP} = \overline{DA} = 5$ 이므로 $\overline{CP} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{BP} = 1$

$\triangle BPQ$ 에서 $(3 - x)^2 = x^2 + 1$, $6x = 8$ $\therefore$ $x = \frac{4}{3}$

49. 어떤 전자제품 회사에서 기존에 가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 $4:3$ 인 모니터만을 생산하다가, 디자인적인 측면을 강화하기 위해 대각선의 길이는 유지하면서 가로와 세로의 비율이 $6:\sqrt{14}$ 인 모니터를 생산하였다. 새로운 모니터의 가로와 세로의 길이를 각각 $a\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$ 라고 할 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. (단, b, d는 최소의 자연수)

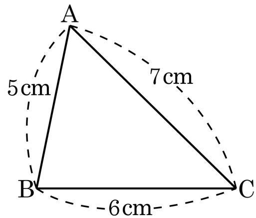
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 $4:3$ 인 모니터의 대각선의 길이는 20 인치이다.
새로운 모니터의 가로의 길이를 $6x$, 세로의 길이를 $\sqrt{14}\,x$ 라고 하면
피타고라스 정리에 따라
$(6x)^2 + (\sqrt{14}x)^2 = 20^2$
$50x^2 = 400$
$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{2}$
따라서 가로의 길이는 $6 \times 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$(인치)
세로의 길이는 $\sqrt{14} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{7}$(인치)
이므로 $a+b+c+d = 25$ 이다.

50. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{CA} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

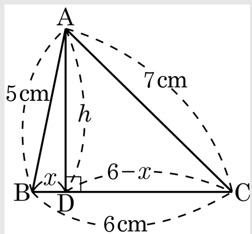


▶ 답 : ____ cm^2

▷ 정답 : $6\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 의 점 A 에서 대변 BC 에 수선을 그어 그 교점을 D 라고 하자



$\overline{AD} = h,\ \overline{BD} = x$ 라고 하면 $\overline{CD} = 6 - x$

$\triangle ABD$ 에서 $h^2 = 5^2 - x^2$, $\triangle ACD$ 에서 $h^2 = 7^2 - (6-x)^2$ 이므로

$5^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2$

$12x = 12,\ x = 1(\text{cm})$

$\therefore h = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}(\text{cm})\ (\because\ x > 0\ )$

$\therefore\ \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}(\text{cm}^2)$