1. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7　　② 8　　③ 9　　④ 10　　⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

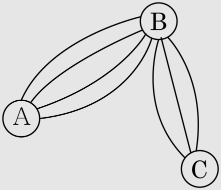
(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는
$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$: 4 가지
(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는
$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$: 5 가지
그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로
$4 + 5 = 9$ (가지)
$\therefore 9$

2. (갑)과 (을)이 어느 산을 등산하는데 A에서 출발하여 산의 정상인 B까지 올라갔다가 C지점으로 내려가려고 한다. A에서 B까지 오르는 등산로는 4개가 있고 B에서 C로 내려가는 길은 3개가 있다고 한다. 이때, (갑)과 (을)이 A에서 C까지 가는데 서로 다른 길을 가는 방법의 수는?

① 24가지 ② 36가지 ③ 48가지
④ 72가지 ⑤ 144가지

해설

(갑)이 $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ 로 가는 방법 :
$4 \times 3 = 12$ (가지)
그 각각에 대하여 (을)이 $\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ 로 가는 방법 :
$(4-1) \times (3-1) = 6$ (가지)
$\therefore 12 \times 6 = 72$ (가지)



3. 18000 의 양의 약수 중에서 짝수의 개수는?

① 32　② 36　③ 40　④ 44　⑤ 48

해설

$18000 = 2^4 \times 3^2 \times 5^3$

따라서 양의 약수 중에서 짝수인 것의 개수는

$4 \times (2+1) \times (3+1) = 48$ (개)

4. 180 과 600 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로
$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이고,
$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 에서
최대공약수 $G.C.D. = 2^2 \times 3 \times 5$ 이고
따라서 공약수의 개수는 12

5. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2000 = 2^4 \cdot 5^3$ 의 양의 약수는
$2^j \cdot 5^k (0 \le j \le 4, 0 \le k \le 3)$ 의 형태이다.
그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은
$2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$
$2^2 \cdot 5^k \ (k = 1,\ 3)$
$2^3 \cdot 5^k \ (k = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$
$2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$ 의 형태이므로
구하는 개수는 $4 + 2 + 4 + 2 = 12$ (개)

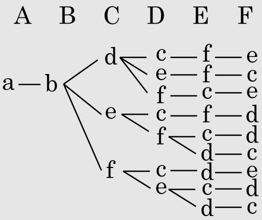
6. 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1장씩 나누어 줄 때 6명 중 어느 2명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?

① 60가지　② 85가지　③ 120가지

④ 135가지　⑤ 145가지

해설

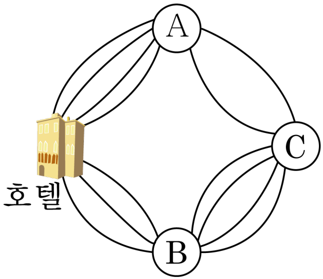
A, B, C, D, E, F 의 6 명과 수험표를 a, b, c, d, e, f 라 하고 수형도를 그린다.



$\therefore$ (A, B) 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고, 또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지이다.

$\therefore$ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$(가지)

7. 영우는 호텔에서 출발하여 3개의 관광지 A, B, C 를 관광한 뒤 다시 호텔로 돌아오려고 한다. 호텔과 관광지간의 도로가 오른쪽 그림과 같을 때 호텔을 출발하여 모든 관광지를 한 번씩만 거치고, 호텔로 다시 돌아오는 방법의 수는?

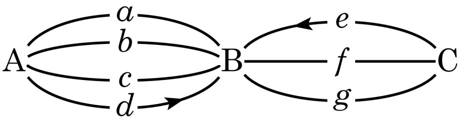


① 144　② 152　③ 176　④ 184　⑤ 192

해설

(호텔 $\to A \to C \to B \to$ 호텔)로
가는 길의 가지수: $4 \times 2 \times 4 \times 3 = 96$
(호텔 $\to B \to C \to A \to$ 호텔)로
가는 길의 가지수: $3 \times 4 \times 2 \times 4 = 96$
$\therefore 96 + 96 = 192$

8. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



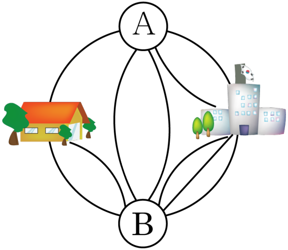
① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개

④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \to B,\ B \to C,\ C \to B,\ B \to A$ 의 길의 가지수는 각각 $4, 2, 3, 3$ 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

9. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



① 22 ② 34 ③ 47 ④ 54 ⑤ 66

해설

(1) 집 $\rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 = 2$

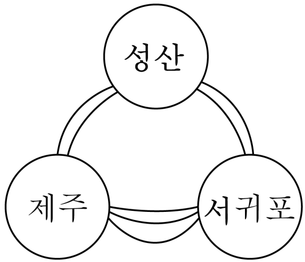
(2) 집 $\rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $2 \times 3 = 6$

(3) 집 $\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$

(4) 집 $\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$

$\therefore\ 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

10. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아오는 경우 중 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는 경우의 수는?



① 24 ② 28 ③ 30 ④ 34 ⑤ 42

해설

갈 때, 올 때 성산을 거치는 유무에 따라서 달라진다.

O: 거치는 경우, X: 거치지 않는 경우

갈 때 : X, 올 때 : X → $3 \times 2 = 6$

갈 때 : X, 올 때 : O → $3 \times 4 = 12$

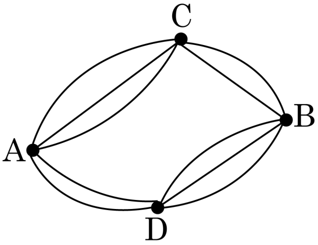
갈 때 : O, 올 때 : X → $4 \times 3 = 12$

갈 때 : O, 올 때 : O → $4 \times 1 = 4$

$6 + 12 + 12 + 4 = 34$

$\therefore$ 34가지

11. 다음 그림과 같이 A 지점에서 B 지점으로 가는 길이 있다. 갑, 을 두 사람이 A 에서 중간지점 C, D 를 각각 통과하여 B 로 가는 가짓수는 몇 가지인가? (단, 한 편이 통과한 중간지점을 다른 편이 통과할 수는 없다.)



① 72 ② 36 ③ 24 ④ 12 ⑤ 6

해설

(i) 갑이 C 를, 을이 D 를 통과하는 경우의 수 $(3\times2)\times(2\times3)=36$

(ii) 을이 C 를, 갑이 D 를 통과하는 경우의 수도 같은 방법으로 36가지

따라서, 구하는 경우의 수는 $36+36=72$ (가지)

12. 100원짜리, 50원짜리, 10원짜리 세 종류의 동전으로 200원을 지불할 수 있는 경우의 수는 몇 가지인가? (모든 종류의 동전을 사용할 필요는 없다.)

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

(100원짜리, 50원짜리, 10원짜리) 각각의 순서쌍을 구하면
$(2,0,0)$, $(1,2,0)$, $(1,1,5)$, $(1,0,10)$, $(0,4,0)$, $(0,3,5)$, $(0,2,10)$,
$(0,1,15)$, $(0,0,20)$
$\therefore$ 9가지

13. 100 원, 300 원, 500 원짜리 3 종류의 사탕이 있다. 이 사탕을 1000 원어치 사는 방법의 수는?

① 7 개 ② 10 개 ③ 13 개 ④ 15 개 ⑤ 17 개

해설

500 원을 기준으로 생각한다.

100 원을 A, 300 원을 B라 하면,

(1) 500 원 0 개 :

$(A, B) = (1, 3),\ (4, 2),\ (7, 1),\ (10, 0)$

(2) 500 원 1 개 : $(A, B) = (2, 1),\ (5, 0)$

(3) 500 원 2 개 : $(A, B) = (0, 0)$

$\therefore$ 총 7 개

14. 500 원짜리 동전이 2 개, 100 원짜리 동전이 3 개, 50 원짜리 동전이 4 개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수는?

① 59 ② 72 ③ 105 ④ 132 ⑤ 164

해설

각각 지불할 수 있는 방법의 수가 3, 4, 5가지 이므로

$3 \times 4 \times 5 = 60$

여기서 지불하지 않는 경우를 빼준다.

$\therefore\ 60 - 1 = 59$

15. 10000 원짜리 지폐 2장, 5000 원짜리 지폐 2장, 1000 원짜리 지폐 3장이 있다. 이 지폐의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수는?

① 27 ② 35 ③ 42 ④ 60 ⑤ 81

해설

5000 원짜리 2장으로 지불할 수 있는 방법이 10000 원짜리 지폐 1장으로 지불할 수 있는 방법과 같으므로 10000 원짜리 지폐 2장을 5000 짜리 지폐 4장으로 바꾸면, 5000 짜리 지폐 6장, 1000 원짜리 지폐 3장으로 지불할 수 있는 방법과 같다.

$\therefore 7 \times 4 - 1 = 27$

16. 5원 짜리 동전 4개, 10원 짜리 동전 2개, 100원 짜리 동전 1개를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 수 있는 지불금액의 수는 몇 가지인가?

① 10 ② 13 ③ 17 ④ 22 ⑤ 26

해설

5원 짜리 동전 4개이면 10원 짜리 동전 2개와 같으므로 금액이 중복된다.

10원 짜리 동전 2개를 5원 짜리 동전 4개로 바꾸면 5원 짜리 동전 8개, 100원 짜리 동전 1개가 되고 지불 방법의 수는

$(8+1)\times(1+1)=18$(가지)

돈이 0원이면 지불하는 것이 아니므로

$18-1=17$(가지)

17. 10원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 3개, 100원짜리 동전 1개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b라 할 때, $a-b$의 값은?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

10 원짜리로 지불할 수 있는 금액은
0원, 10원, 20원
50 원짜리로 지불할 수 있는 금액은
0원, 50원, 100원, 150원
100원짜리로 지불할 수 있는 금액은
0원, 100원
(1) 지불할 수 있는 방법의 수 : $3\times4\times2-1=23$
(2) 지불할 수 있는 금액의 수 : 50원짜리 2개로 지불하는 금액과 100원짜리 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 1개를 50원짜리 동전 2개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 10원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 5개의 지불방법의 수와 같다.
10원짜리 지불 방법 3가지
50원짜리 지불 방법 6가지
지불하지 않는 방법 1가지 $\therefore\ 3\times6-1=17$
$\therefore\ a-b=23-17=6$

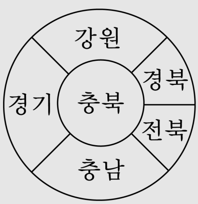
18. 다음 그림은 우리나라 지도의 일부분이다. 6 개의 도를 서로 다른 4 가지의 색연필로 칠을 하여 도(☒)를 구분하고자 한다. 색칠을 하는 방법의 가지 수를 구하면?

① 32 가지 ② 56 가지 ③ 72 가지

④ 96 가지 ⑤ 118 가지

해설

위 지도를 다음 그림과 같이 생각하면,



충북에 색칠하는 방법의 수는 4 (가지)

충남에 색칠하는 방법의 수는 3 (가지)

전북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)

경기에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)

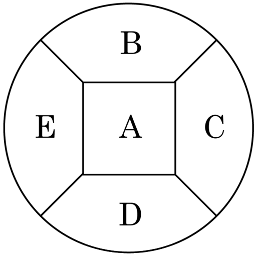
경북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)

강원에 색칠하는 방법의 수는 1 (가지)

그러므로 $4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 96$

$\therefore$ 96 가지

19. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 5 가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



① 160 ② 270 ③ 360 ④ 420 ⑤ 540

해설

A 를 먼저 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 5 가지이다. 그 다음 B 를 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 4 가지, C 를 칠할 수 있는 방법은 3 가지이다.

(i) B 와 D 가 다른 색인 경우

D 에 칠할 수 있는 색은 A, B, C 에 칠한 색을 제외한 2 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 A, B, D 에 칠한 색을 제외한 2 가지이므로

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 240$ (가지)

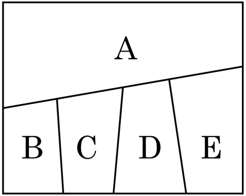
(ii) B 와 D 가 같은 색인 경우

D 에 칠할 수 있는 색은 B 와 동일하므로 1 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 $A, B(=D)$ 에 칠한 색을 제외한 3 가지이므로

$5 \times 4 \times 3 \times 1 \times 3 = 180$ (가지)

따라서 (i) (ii) 에서 $240 + 180 = 420$ (가지)

20. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 빨강, 노랑, 파랑, 검정, 주황의 색 연필로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접하는 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



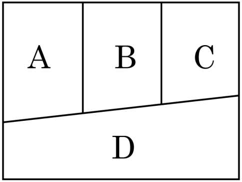
① 120 ② 150 ③ 180 ④ 360 ⑤ 540

해설

A 를 먼저 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 5 가지이다. 그 다음 B를 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 4 가지 이고 나머지는 모두 3 가지씩 선택 할 수 있다.

$\therefore 5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$

21. 다음 그림의 네 부분에 4 가지 색을 사용하여 색칠을 하려고 한다. 한 가지 색을 여러 번 쓸 수 있고, 인접한 부분은 서로 다른 색이 칠해져야 한다면 칠하는 방법은 몇 가지인가?



① 24 ② 48 ③ 72 ④ 96 ⑤ 108

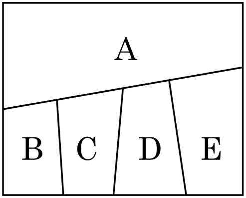
해설

가장 영역이 넓은 D 영역부터 칠한다면,

$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$

$\therefore$ 48 가지

22. 그림과 같이 구분된 A, B, C, D, E의 5부분에 서로 다른 6가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 써도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠하려고 할 때, 칠하는 방법의 수는?



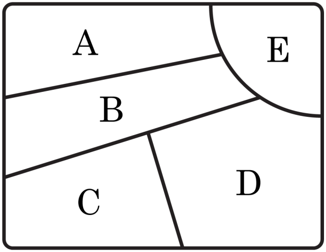
① 1440 ② 1920 ③ 2320 ④ 2560 ⑤ 3690

해설

A부분에 칠하는 방법은 6가지,
이 때 B에 칠하는 방법은 A에 칠한 색을 제외한 5가지이고 C에는 A, B에 칠한 색을 제외한 4가지, D에는 A, C에 칠한 색을 제외한 4가지, E에는 A, D에 칠한 색을 제외한 4가지이므로

$6 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 = 1920$ (가지)

23. 다음 그림과 같은 사각형 안에 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 다섯 가지 색을 이웃하는 면에만 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠할 수 있는 모든 경우의 수는?



① 120가지　② 240가지　③ 360가지　④ 480가지　⑤ 540가지

해설

서로 같은 색을 칠할 수 있는 순서쌍은 A – C, A – D, C – E가 있다.

5가지 색을 사용하는 경우 : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)

4가지 색을 사용하는 경우 : $3 \times (5 \times 4 \times 3 \times 2) = 360$ (가지)

3가지 색을 사용하는 경우 : $5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)

$\therefore$ $120 + 360 + 60 = 540$ (가지)

24. 다음 그림과 같이 모양이 서로 다른 세 개의 주머니에 $1, 2, 3$ 이 적힌 세 개의 구슬이 들어 있다.

이 세 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우의 수는 3 개이다. ㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 6 개이다. ㉢ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는 18 개이다.

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉠, ㉢

④ ㉡,㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우는
$(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)$ 즉, 3 개 (참)

㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$(참)

㉢ 세 개의 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼내는 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ 이므로 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는, $27 - 3 - 6 = 18$ (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

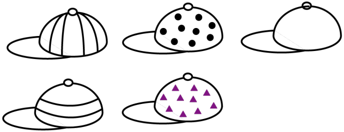
25. 1 부터 999 까지의 자연수 중에서 각 자리에 7 인 숫자가 2 개 이상인 경우의 수는?

① 26 개　② 27 개　③ 28 개　④ 29 개　⑤ 30 개

해설

① 7 이 2 개 있는 수 : 77 이 1 개,
77□ 꼴이 9 개,
7□7 꼴이 9 개,
□77 꼴이 8 개
② 7 이 3 개 있는 수, 777 로 1 개
따라서 구하는 경우의 수는
$1+9+9+8+1=28$ (개)

26. 5명이 자기 모자를 벗어 섞은 후 다시 무심코 1개를 집을 때 한 사람만이 자신의 모자를 가지게 되는 경우의 수는?



① 33 ② 36 ③ 40 ④ 45 ⑤ 54

해설

n명이 전부 다른 사람의 모자를 집어 드는 경우의 수를 F_n 이라고 하면

$F_n = (n-1)(F_{n-1} + F_{n-2})(n \geq 3)$,

$F_0 = 0, F_1 = 1$ 이므로

$F_3 = 2, F_4 = 9$

따라서 구하는 경우의 수는

$5F_4 = 5 \times 9 = 45$

27. ${}_9P_r = \frac{9!}{3!}$ 일 때, r의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

${}_9P_6 = \frac{9!}{3!}$ 이므로 $r = 6$

28. ${}_nP_n = 24$ 일 때, 자연수 n 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

${}_nP_n = n!$

$24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ 이므로

$n = 4$

29. ${}_{8}P_{r} = 336$ 을 만족시키는 자연수 r 의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

$336 = 8 \times 7 \times 6$ 에서

$r = 3$

30. $\dfrac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \dfrac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{\dfrac{n!}{(n-3)!}}{\dfrac{(n+2)!}{(n+2-3)!}}$$

$$= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}$$

$\dfrac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \dfrac{5}{12}$ 을 풀면

$7n^2 - 51n + 14 = 0$

$(7n-2)(n-7) = 0$

$\therefore n = \dfrac{2}{7}$ 또는 $n = 7$

${}_nP_3$ 에서 n은 3 이상의 자연수이므로

$\therefore n = 7$

31. ${}_5P_0 = a,\ {}_5P_5 = b$라 할 때, $b-a$의 값은?

① 104 ② 111 ③ 115 ④ 119 ⑤ 120

해설

$a = {}_5P_0 = 1$

$b = {}_5P_5 = 5! = 120$

$\therefore\ b-a = 119$

32. 5명의 학생 중 3명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수를 a, 5명의 학생을 일렬로 세우는 방법의 수를 b라고 할 때, $\frac{b}{a}$의 값은?

① $\frac{1}{2}$　② 1　③ 2　④ $\frac{2}{3}$　⑤ 3

해설

5명 중 3명을 뽑아 일렬로 배열 : ${}_5P_3 = 60$

5명을 일렬로 배열 : $5! = 120$

$a = 60,\ b = 120 \quad \therefore \frac{b}{a} = 2$

33. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$ ② ${}_{n}P_4$ ③ ${}_{n}C_4$ ④ ${}_{n}P_5$ ⑤ ${}_{n}C_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_{n}P_5$

34. 재현이네 학교에서 학생 회장 선거에 n 명의 후보가 출마했다. 이 중 회장, 부회장, 서기를 뽑는 방법의 수가 120가지였을 때, n의 값은?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

n 명의 후보 중 회장, 부회장 서기를 뽑는 방법의 수는 ${}_nP_3$

${}_nP_3 = n(n-1)(n-2) = 120$

$120 = 6 \times 5 \times 4$ 이므로 $n = 6$

35. 남자 5명, 여자 4명 중에서 남자 3명, 여자 2명을 뽑아서 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

① 1800 ② 3600 ③ 4800 ④ 5400 ⑤ 7200

해설

$${}_5C_3 \times {}_4C_2 \times 5! = 7200$$

36. 다음은 고속 철도 *KTX* 의 호남선 운행 노선의 일부이다.

송정리 – 목포
용산 – 광명 – 서대전 – 익산
광주

KTX 승차권의 출발역과 도착역만을 고려할 때, 위의 각 역에서 발매하는 편도 승차권의 종류는 모두 몇 가지인가? (단, 광주와 송정리를 연결하는 고속 철도는 없다.)

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

해설

7 개의 역 중 2 개를 선택하여 배열하는 방법과 같다.

${}_7P_2 = 42$

그런데 송정리와 광주, 목포와 광주를 운행하는 열차는 존재하지 않으므로 $42 - 2^2 = 38$

37. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지

④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

38. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① $7!$　　② $7! \times 2!$　　③ $6! \times 2!$

④ $6!$　　⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 $6!$,
묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 $2!$이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

39. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지

④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

40. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록 서는 경우의 수는?

① 720 ② 960 ③ 1280 ④ 1440 ⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3 자리를 골라 여자들을 배치한다.

$4! \times {}_5P_3 = 1440$

41. 나란히 놓인 10개의 의자에 A, B, C, D 의 4명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

해설

10 개의 의자에 네 사람이 앉으므로 빈 의자는 6 개이다. 이 6 개의 의자 사이 및 양 끝의 7 자리에 의자에 앉은 네 사람을 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\Rightarrow {}_7P_4 = 840$

42. 여섯 개의 문자 $a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f$ 를 일렬로 배열했을 때 $a,\ b$ 가 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

① 160 ② 180 ③ 200 ④ 400 ⑤ 480

해설

$a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f$ 의 직순열의 경우의 수는 720가지
a 와 b 가 이웃하도록 나열하는 방법
a, b 를 하나로 보면 전체가 5 개가 되고
a, b 의 자리바꿈하는 경우까지 생각하면
$5! \times 2! = 240$ (가지)
따라서 a, b 가 이웃하지 않는 경우의 수는
$720 - 240 = 480$ (가지)

43. 소파 12개가 일렬로 놓여 있다. 이 소파에 갑, 을, 병, 정 4 명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 1860 ② 1920 ③ 2800 ④ 3024 ⑤ 3600

해설

12 개의 소파에 4 명이 앉으므로 빈 의자는 8 개이다.

V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V

따라서, 빈 소파 사이사이와 양 끝의 9 자리에 4 명을 앉히면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_9P_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$ (가지)

44. 초등학생 2 명, 중학생 2 명, 고등학생 2 명을 일렬로 세울 때, 초등학생 2 명은 이웃하고, 중학생 2 명은 이웃하지 않도록 세우는 방법의 수는?

① 72 ② 84 ③ 96 ④ 120 ⑤ 144

해설

초등학생 2 명과 중학생 2 명을 각각 함께 묶어서 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$4! \times 2! \times 2 = 96$ (가지)

초등학생 2 명만 함께 묶어서 5 명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$5! \times 2 = 240$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $240 - 96 = 144$(가지)

45. 국어책 2권, 영어책 2권, 수학책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 수학책끼리 이웃하지 않도록 꽂는 방법의 수는?

① 512 ② 700 ③ 816 ④ 1024 ⑤ 1440

해설

국어책, 영어책을 먼저 배열하고 그 사이 사이에 수학책 3 권을 배열하는 경우와 같다.

$\Rightarrow 4! \times {}_5P_3 = 1440$

46. 자신의 영문 이름을 이용하여 이메일 아이디를 만들려고 한다 첫 번째 자리에는 자신의 영문 이름 중 모음을, 두 번째 자리에는 자음을, 세 번째 자리에는 다시 모음을 사용하여 만들 때, 영문 이름이 Lee Soon-shin인 사람이 만들 수 있는 아이디의 개수는? 단, 대소문자의 구분은 없고, 같은 알파벳은 2번 이상 사용하지 않는다.

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

해설

두 번째 자리에 올 수 있는 자음의 가지수는 4가지이고,
모음 3가지를 첫 번째 세 번째에 배열하는 방법은 ${}_3P_2$이다.
$\therefore 4 \times {}_3P_2 = 24$

47. 철수네 분단의 학생을 일렬로 세우려고 한다. 철수, 규철, 영희 세 학생 중에서는 철수가 가장 앞에 서고, 영희가 가장 뒤에 선다고 한다. 이 때, 경우의 수가 120 일 때 철수네 분단의 학생들의 수는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

전체를 줄세운 다음 철수, 규철, 영희 세 사람 사이에 순서를 바꾸어 줄서는 경우를 나누어 주면 된다. 철수네 분단의 학생의 수를 n 이라 하면

$$\frac{n!}{3!} = 120,$$

$$n! = 120 \times 3! = (6 \times 5 \times 4) \times (3 \times 2 \times 1) = 6!$$

$$\therefore \ n = 6$$

48. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \ \frac{5!}{2!} = 60$$

49. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는 ?

① 12　② 20　③ 24　④ 30　⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

50. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4 개의 숫자를 사용하여 만든 네 자리의 자연수의 개수는?

① 5 ② 10 ③ 20 ④ 60 ⑤ 120

해설

네 자리 자연수는 수의 배열에서 순서에 따라 다른 수가 되므로 5 개의 숫자 중에서 서로 다른 4 개를 택하는 순열의 수이므로

${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ (가지)

51. 다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수이려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.

따라서, $1, 2, 3, 4$ 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는

${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

52. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지 ② 98가지 ③ 132가지

④ 162가지 ⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는모두 3가지이다.

$\therefore\ 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162$가지

53. $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 6 개의 숫자를 사용하여 만든 6 자리의 수 중에서 5 의 배수의 개수는?

① 64 개 ② 128 개 ③ 144 개
④ 216 개 ⑤ 256 개

해설

5 의 배수는 일의 자리에 0 이 오거나 5 가 온다.

(i) 일의 자리가 0 인 수의 개수는
나머지 다섯 자리에 $1, 2, 3, 4, 5$ 를 배열하는 순열의 수와 같으므로 $5! = 120$

(ii) 일의 자리가 5 인 수의 개수는
맨 앞에는 0 이 올 수 없으므로 $4 \times 4! = 96$

(i), (ii) 에서 구하는 5 의 배수의 개수는
$120 + 96 = 216$

54. 5 개의 숫자 $0, 1, 2, 3, 4$ 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때,9 의 배수의 개수는?

① 6 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9 의 배수일 때 그 수는 9 의 배수가 된다. $0, 1, 2, 3, 4$ 에서 각 자리수의 합이 9 의 배수가 되는 조합은 $(2, 3, 4)$ 뿐이다. $2, 3, 4$ 를 써서 만들 수 있는 3 자리 정수는 $3! = 6$

55. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 네 개의 숫자를 써서 네 자리의 정수를 만들 때, 짝수는 몇 개인가?

① 96 ② 114 ③ 128 ④ 144 ⑤ 156

해설

$\square\square\square 0 : {}_5P_3 = 60$

$\square\square\square 2 :\ 4 \times 4 \times 3 = 48$

$\square\square\square 4 :\ 4 \times 4 \times 3 = 48$

$\therefore\ 60 + 48 \times 2 = 156$

56. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 를 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 1 과 2 사이에 다른 숫자가 2 개 이상 들어가 있는 자연수의 개수는?

① 24 ② 36 ③ 48 ④ 52 ⑤ 64

해설

5 개의 숫자로 만들 수 있는 자연수의 개수는 $5!$ (개)
1, 2 가 이웃하는 자연수의 개수는 $2 \times 4!$ (개)
1 과 2 사이에 다른 숫자가 한 개 들어가 있는 자연수의 개수는
$3 \times 2! \times 3!$ (개)
따라서, 구하는 자연수의 개수는
$5! - (2 \times 4! + 3 \times 2! \times 3!) = 36$ (개)

57. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

① 36 ② 72 ③ 144 ④ 288 ⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$

58. 세 자리의 정수 중 0이 반드시 포함된 세 자리 정수는 모두 몇 가지인가?

① 150　② 171　③ 180　④ 187　⑤ 210

해설

0 이 반드시 포함된 경우라는 것은 0 이 적어도 하나 포함된 경우로 해석이 가능하므로 여사건을 이용한다.
세 자리 정수이므로 백의 자리에 가능한 수는 9 가지,
십의 자리 수는 10 가지, 일의 자리 수는 10가지 이므로 총 900 가지
여기에서 여사건인 0 이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼면 된다.
이것은 세 자리 수 모두 1 에서 9 사이의 수로 구성된 경우이다.
$\therefore 900 - 9^3 = 900 - 729 = 171$

59. 남학생 3명, 여학생 3명을 일렬로 세울 때, 여학생 3명 중 적어도 2명이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 144 ② 240 ③ 432 ④ 576 ⑤ 720

해설

6명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6! = 720$

여학생 3명이 이웃하지 않게 서는 방법의 수는 남학생 3명을 세우고, 남학생 3명 사이 및 양끝 4개의 자리에 여학생 3명을 세우는 방법의 수와 같으므로 $3! \times 4! = 144$

따라서 구하는 방법의 수는 $720 - 144 = 576$

60. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

① 181 ② 215 ③ 216 ④ 256 ⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6번마다 자리 수가 변경 된다.

100이 되기 전까지 개수 : $(6 \times 6) - 1 = 35$

100 ~ 999 : $(6 \times 6) \times 5 = 180$

따라서 1000은 $180 + 35 + 1 = 216$번째 수이다.