

1. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값은? (단, a, n 은 자연수)

① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$$\frac{3 \times 5^2}{4 \times 5^2} = \frac{75}{10^2}, a + n = 75 + 2 = 77$$

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉡ 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ㉢ 모든 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ㉣ 분모의 소인수가 소수로만 되어있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉤ 모든 0 이 아닌 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

해설

- ㉡ $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ 과 같이 유한소수인 경우도 있다.
- ㉢ 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 분모의 소인수가 2 와 5 뿐인 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

3. $\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 15

② 17

③ 21

④ 23

⑤ 25

해설

$\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 에서 좌변을 정리하면

$\frac{2^3(z^b)^3}{(x^5)^3(y^a)^3} = \frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}}$ 이므로 $\frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}} = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 의 지수를 비교한다.

$3b = 18$ 이므로 $b = 6$, $c = 15$ 이고

$b = 3a$ 에서 $6 = 3a$, $a = 2$ 이다.

$\therefore a+b+c = 2+6+15 = 23$

4. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

5. $\frac{6x^2 - 9x}{2} - \frac{x^2 - 8x + 5}{3} = ax^2 + bx + c$ 에서 $a + c$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{6x^2 - 9x}{2} - \frac{x^2 - 8x + 5}{3} \\ &= \frac{3(6x^2 - 9x)}{6} - \frac{2(x^2 - 8x + 5)}{6} \\ &= \frac{18x^2 - 27x}{6} - \frac{2x^2 - 16x + 10}{6} \\ &= \frac{18x^2 - 2x^2 - 27x + 16x - 10}{6} \\ &= \frac{16x^2 - 11x - 10}{6} \\ &\text{즉, } a = \frac{16}{6}, c = -\frac{10}{6} \\ &\therefore a + c = \frac{16}{6} + \left(-\frac{10}{6}\right) = \frac{6}{6} = 1 \end{aligned}$$

6. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{8xy-3x^2}{2x^2y} \times (-4xy) - 8 \div \frac{xy}{2x^2y-xy^2}$$

- ① $-16x+8y$
- ② $3x+8y$
- ③ $-5x-12y$
- ④ $-10x-8y$
- ⑤ $4x-9y$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{8xy-3x^2}{2x^2y} \times (-4xy) - 8 \div \frac{xy}{2x^2y-xy^2} \\ &= \frac{8xy-3x^2}{x} \times (-2) - 8 \times \frac{2x^2y-xy^2}{xy} \\ &= (-2) \times (8y-3x) - 8(2x-y) \\ &= -16y+6x-16x+8y = -10x-8y \end{aligned}$$

7. $a = -\frac{1}{2}, b = 9$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{ab^2}{3}\right)^3 \div \frac{b^3}{2a^2} \times \left(\frac{3}{a^2b}\right)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(-\frac{a^3b^6}{27}\right) \times \frac{2a^2}{b^3} \times \frac{9}{a^4b^2} = -\frac{2}{3}ab \\ a = -\frac{1}{2}, b = 9 \text{ 대입} &: \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 9 = 3\end{aligned}$$

8. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

- ① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$
분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2
2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$
∴ 10개

9. 분수 $\frac{3}{2^2 \times 5^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 100 미만의 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 큰 수 x , 100 초과와 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 작은 수 y 일 때, $y - x$ 를 구하면?

① 4 ② 20 ③ 24 ④ 37 ⑤ 50

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분자에 3이 있으므로,
 a 의 값은 3의 배수가 되어야 한다.
100 미만의 자연수 중 소인수를 2와 5를 가지고 있는 가장 큰 3의 배수는
 $2^5 \times 3 = 96$ 이고,
100 초과와 자연수 중 가장 작은 수는 $2^3 \times 5 \times 3 = 120$ 이 된다.
따라서, 두 수의 차는 $y - x = 120 - 96 = 24$ 이다.

10. $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, $a + b$ 의 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

유한소수가 되기 위해서는 기약분수의 분모의 소인수가 2나 5
뿐이어야 하므로
 $\frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 1보다 작은 유한소수가 되기 위해서는 a 는 7의
배수 중 70 미만인 수
 $(a, b) = (7, 10), (14, 5), (35, 2)$
따라서 $a + b$ 는 최대 37, 최소 17이므로 합은 54이다.

11. $x = \frac{4}{7}$ 일 때, $10^6x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 571428

해설

$x = \frac{4}{7} = 0.571428571428 \dots$ 이고

$10^6x = 571428.571428 \dots$ 이므로

$10^6x - x = 571428$ 이다.

12. 다음은 순환소수 $6.7\dot{3}5\dot{2}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. ㉔) ~ ㉞)에 들어갈 수로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$ 로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$ ㉑

㉑의 양변에 을 곱하면

$x = 67352.352352\cdots$ ㉓

㉑의 양변에 을 곱하면

$x = 67.352352\cdots$ ㉕

㉓ - ㉕을 하면 $x =$

$\therefore x =$

- ① (㉒) 10000

② (㉔) 10

③ (㉖) 9999
- ④ (㉕) 67285

⑤ (㉞) $\frac{13457}{9999}$

해설

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$ 으로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$ ㉑

㉑의 양변에 10000을 곱하면

$10000x = 67352.352352\cdots$ ㉓

㉑의 양변에 10을 곱하면

$10x = 67.352352\cdots$ ㉕

㉓ - ㉕을 하면 $9990x = 67285$

$\therefore x = \frac{13457}{1998}$

13. 두 순환소수 $0.\dot{a}b$, $0.\dot{b}a$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{10a + b + 10b + a}{99} = \frac{11a + 11b}{99} = \frac{a + b}{9}$$
$$= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}$$

$$\therefore a + b = 3$$

a, b 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = -1$$

14. $1.\dot{6} = a \times 0.\dot{1}$ 일 때 a 와 $0.2\dot{6}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값은?

- ① $\frac{125}{4}$ ② $\frac{145}{4}$ ③ $\frac{175}{4}$ ④ $\frac{225}{4}$ ⑤ $\frac{245}{4}$

해설

$$\frac{15}{9} = a \times \frac{1}{9} \quad \therefore a = 15$$

$$0.2\dot{6} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15} \quad \therefore b = \frac{15}{4}$$

$$\therefore ab = 15 \times \frac{15}{4} = \frac{225}{4}$$

15. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

16. $125^2 \div 25^3$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$125^2 \div 25^3 = (5^3)^2 \div (5^2)^3 = 5^6 \div 5^6 = 1$$

17. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$am = 10, \quad bm = 8, \quad cm = 6$$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2 이다.

18. 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.
 $3^{19} = 27^{\square+1} \div 9$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

지수끼리의 비교를 위하여 밑을 3으로 맞추어 주면 $3^{19} = 3^{3(\square+1)} \div 3^2$ 이 되므로 지수만을 가지고 계산하면, $19 = 3(\square + 1) - 2$ 이므로

$19 = 3\square + 1$, $\square = 6$ 이다.

19. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

① $3B$

② $3B^2$

③ $9B^2$

④ $9B$

⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\ &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\ &= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

20. 등식 $(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$$

$$\frac{-4x^Ay^3}{2xy^B} \times 2x^3y = -4x^{A+2}y^{4-B} = Cxy$$

$$A+2=1, 4-B=1, C=-4$$

$$A=-1, B=3, C=-4 \text{ 이므로}$$

$$A+B+C=-1+3-4=-2 \text{ 가 된다.}$$

21. $2^{10} \approx 10^3$ 일 때, 0.4^{10} 을 소수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.0001

해설

$$\begin{aligned} 0.4^{10} &= \frac{2^{10}}{5^{10}} \approx \frac{10^3}{5^{10}} = \frac{2^3 \cdot 5^3}{5^{10}} = \frac{2^3}{5^7} \\ &= \frac{2^3 \cdot 2^7}{5^7 \cdot 2^7} = \frac{2^{10}}{10^7} \approx \frac{10^3}{10^7} = \frac{1}{10^4} \end{aligned}$$

22. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 를 $ad - bc$ 로 정의한다.

이때, $\begin{vmatrix} -2x+y+1 & x-2y-4 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$ 은?

- ① $-\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y - 4$
- ② $-\frac{1}{4}x + y$
- ③ $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{4}x - 2y + 1$
- ⑤ $4x + y - \frac{3}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (-2x+y+1) \times \left(-\frac{1}{2}\right) - (x-2y-4) \times \left(\frac{1}{4}\right) \\ &= \left(x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y - 1\right) \\ &= x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y + 1 \\ &= \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

23. 두 순서쌍 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x, y) \times (-y, 3x)$ 를 간단히 하면?

① $-6x^2 + 2xy - y^2$

② $-6x^2 + xy + 3y^2$

③ $2x^2 - xy - y^2$

④ $6x^2 + xy - y^2$

⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x \\ &= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy \\ &= 6x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

24. $\frac{3x^2 - 4x + 1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $\frac{2x^2 - 7x + 3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면?

- ① $\frac{x^2 - 11x + 4}{2}$

② $\frac{5x^2 - 3x + 2}{4}$
- ③ $\frac{10x^2 - 9x + 1}{4}$

④ $\frac{10x^2 - 21x + 9}{4}$
- ⑤ $\frac{21x^2 - 9x + 11}{4}$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} + A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} \\ &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} \\ &= \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \\ &= \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \\ &= \frac{10x^2 - 9x + 1}{4} \end{aligned}$$

25. 어떤 다항식을 $2x^2$ 으로 나누었더니, 몫은 $2x^2 - 4x + 3$ 이고, 나머지가 $2x - 5$ 이었다. 이 다항식의 x^2 항의 계수를 구하면?

- ① -5 ② -3 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

어떤 다항식을 A 라 하면

$$A = 2x^2 \times (2x^2 - 4x + 3) + 2x - 5$$

$$= 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 2x - 5$$

$$\therefore x^2 \text{의 계수는 } 6$$