

1. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

2. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$

② $x^2 + x + 2$

③ $x^2 - x + 2$

④ $x^2 - 2x + 2$

⑤ $x^2 - 3x + 2$

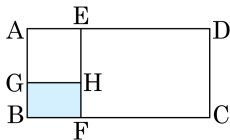
해설

$$A = B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서}$$

$$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2\end{aligned}$$

3. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



① $a^2 - 2ab - b^2$

② $a^2 + 3b^2 - 2ab$

③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$

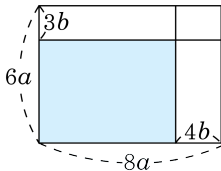
④ $-a^2 + 3ab - b^2$

⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned}\square\text{GBFH} &= \square\text{ABCD} - \square\text{AGHE} - \square\text{EFCD} \\ &= ab - (a - b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2\end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 색칠한 직사각형의 넓이는?



① $6a^2 - 7ab + 2b^2$

② $36a^2 - 42ab + 12b^2$

③ $48a^2 - 48ab + 12b^2$

④ $12a^2 - 12ab + 3b^2$

⑤ $48a^2 + 48ab + 12b^2$

해설

$$(6a - 3b)(8a - 4b) = 48a^2 - 48ab + 12b^2$$

5. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy = -1$

② $x^2 + y^2 = 6$

③ $x^4 + y^4 = 34$

④ $x^5 + y^5 = 86$

⑤ $x^6 + y^6 = 198$

해설

① $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ 에서

$$14 = 2^3 - 3xy \times 2$$

$$\therefore xy = -1$$

② $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 에서

$$x^2 + y^2 = 2^2 - 2(-1) = 6$$

③ $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$ 에서

$$x^4 + y^4 = 6^2 - 2(-1)^2 = 34$$

④ $x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$ 에서

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - (-1)^2 \times 2 = 82 \neq 86$$

⑤ $x^6 + y^6 = (x^3 + y^3)^2 - 2x^3y^3$ 에서

$$x^6 + y^6 = 14^2 - 2(-1)^3 = 198$$

6. $a(a+1) = 1$ 일 때, $\frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$a(a+1) = 1 \text{ 에서}$$

$$a^2 = -a + 1$$

$$a^4 = (-a + 1)^2 = a^2 - 2a + 1$$

$$= (-a + 1) - 2a + 1 = -3a + 2$$

$$a^6 = a^4 \times a^2 = (-3a + 2)(-a + 1)$$

$$= 3a^2 - 5a + 2 = 3(-a + 1) - 5a + 2$$

$$= -8a + 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1} &= \frac{-3a + 2 - (-a + 1)}{-8a + 5 - 1} \\ &= \frac{-2a + 1}{-2a + 1} \\ &= \frac{-8a + 4}{4(-2a + 1)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

7. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 7$, $x + y = 3$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 123

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \text{에서 } 3^2 = 7 + 2xy, xy = 1$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \text{에서 } x^3 + y^3 = 18$$

$$\begin{aligned} x^5 + y^5 &= (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \\ &= 7 \times 18 - 1^2 \times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

8. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은 ?

① $\pm 6\sqrt{5}$

② $\pm 5\sqrt{5}$

③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{5}$

⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) \text{에서}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3 \text{에서}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 5$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \pm 5\sqrt{5} - 3(\pm\sqrt{5}) = \pm 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 3(\pm 2\sqrt{5}) - (\pm\sqrt{5}) = \pm 5\sqrt{5}$$

9. 모든 x 에 대하여 $f(x+1) - f(x-1) = 6x^2 + 6$, $f(0) = 1$ 을 만족시키는 다항식 $f(x)$ 가 있다. 다음은 자연수 n 에 대하여 $(x+a)^n = x^n + na_nx^{n-1} + \dots + a^n$ 을 이용하여, $f(x)$ 를 구하는 과정이다.

$f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ (단, $a_n \neq 0$)라고 놓으면

$$f(x+1) - f(x-1)$$

$$= a_n\{(x+1)^n - (x-1)^n\} + a_{n-1}\{(x+1)^{n-1} - (x-1)^{n-1}\} + \dots +$$

$$a_1\{(x+1) - (x-1)\}$$

$$= \boxed{}x^{n-1} + \dots = 6x^2 + 6$$

여기서 $n = 3$, $a_n = 1$

$$\therefore f(x) = x^3 + a_2x^2 + a_1x + 1$$

$$f(x+1) - f(x-1) = 6x^2 + 4a_2x + 2 + 2a_1$$

이므로 $a_2 = 0$, $a_1 = 2$ 즉, $f(x) = x^3 + 2x + 1$

위의 풀이 과정에서 $\boxed{}$ 에 알맞은 것은?

- ① a_n ② $2a_n$ ③ na_n ④ $2na_n$ ⑤ $3na_n$

해설

$$f(x+1) - f(x-1)$$

$$= a_n\{(x+1)^n - (x-1)^n\} + a_{n-1}\{(x+1)^{n-1} - (x-1)^{n-1}\} \dots$$

$$= a_n\{(x^n + nx^{n-1} + \dots) - (x^n - nx^{n-1} + \dots)\} + a_{n-1}\{(x^{n-1} + (n-1)x^{n-2} + \dots) - (x^{n-1} - (n-1)x^{n-2} + \dots)\} + \dots$$

$$= a_n(2nx^{n-1} + \dots) + a_{n-1}\{2(n-1)x^{n-2} + \dots\} + \dots$$

$$= 2na_nx^{n-1} + \{(n-2) \text{ 차 이하의 다항식}\}$$

$$\therefore 2na_nx^{n-1} = 6x^2 \text{에서}$$

$$n-1 = 2, 2na_n = 6$$

$$\therefore n = 3, a_n = 1$$

10. 등식 $ax^2 - 5x + c = 2x^2 + bx - 1$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

양변의 계수를 비교하면 $a = 2, b = -5, c = -1$

$\therefore abc = 10$

11. $y = kx^2 + (1 - 2k)x + k - 1$ 의 그래프는 k 에 관계없이 항상 한 정점 A를 지난다. B의 좌표를 B(b, 1)라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이가 $\sqrt{2}$ 가 되도록 하는 b 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ -2

④ -3

⑤ -1

해설

(i) 준식을 k 에 관하여 정리하면

$$(x^2 - 2x + 1)k + (x - y - 1) = 0$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 성립할 조건은

$$x^2 - 2x + 1 = 0, \quad x - y - 1 = 0$$

$$\therefore x = 1, y = 0$$

$$\therefore A(1, 0)$$

(ii) A(1, 0), B(b, 1)에서

$$\overline{AB} = \sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(b-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$$

$$b^2 - 2b = 0, \quad b(b-2) = 0 \quad \therefore b = 0, 2$$

$\therefore b$ 의 값들의 합은 2

12. 등식 $(2k + 1)y - (k + 3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

13. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

14. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 $x + 4$ 이고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x + 3$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 이때 $R(10)$ 의 값은?

① 86

② 88

③ 90

④ 92

⑤ 94

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x + 4$$

$$\cdots f(1) = 5, f(2) = 6 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$f(x) = (x-1)(x-3)P(x) + 2x + 3$$

$$\cdots f(1) = 5, f(3) = 9 \cdots \textcircled{\Delta}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x) + R(x)$$

$$R(x) = ax^2 + bx + c \cdots \textcircled{\ominus}$$

⑦, ⑨를 ⑥에 각각 대입하면,

$$a + b + c = 5, 4a + 2b + c = 6, 9a + 3b + c = 9$$

세식을 연립하여 풀면, $a = 1, b = -2, c = 6$

$$R(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$\therefore R(10) = 86$$

15. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b\end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

16. 함수 $f(n) = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 으로 정의할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(2007)$ 을 10으로 나눈 나머지는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(2007)$ 의 일의 자리만 보면 된다.

$f(5)$ 이후부터는 10으로 나누어떨어지므로

10으로 나누어떨어지지 않는 $f(1), f(2), f(3), f(4)$ 까지 더하면

$$1 + 2 + 6 + 24 = 33$$

따라서 $f(1) + f(2) + \cdots + f(2007)$ 을 10으로 나눈 나머지는 3이다.

17. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

18. $a+b+c=0$, $abc \neq 0$ 일 때, $\frac{a^2+b^2+c^2}{a^3+b^3+c^3} + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \\ &= 0 (\because a+b+c=0) \\ &\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \\ &\therefore (\text{준식}) = \frac{a^2+b^2+c^2}{3abc} + \frac{2}{3} \left(\frac{bc+ca+ab}{abc} \right) \\ &= \frac{(a+b+c)^2}{3abc} = 0 \end{aligned}$$

19. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0$$

$$(x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$$

$$\therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0$$

그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수($x \neq y \neq z$)이므로

$$x + y + z = 0$$

20. 두 다항식 $x^2 - 3x + a$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 $f(x)$ 라 하자. 이 때, $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 3x + a, x^2 + bx - 6 \text{은} \\ & (x - 1) \text{을 인수로 가지므로 } a = 2, b = 5 \\ & \therefore x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1) \\ & x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1) \\ & f(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 6) \\ & f(x) \text{를 } x - 2 \text{로 나눈 나머지 } f(2) = 0 \end{aligned}$$

21. x 에 관한 두 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2x - 1$, $g(x) = x^3 + bx^2 + 1$ 이 이차식의 최대공약수 $h(x)$ 를 가질 때, $h(-1)$ 의 값을 구하면? (단, $h(x)$ 의 이차항의 계수는 1이다.)

① 6

② 3

③ 0

④ -3

⑤ -6

해설

$$f(x) + g(x) = x \{ 2x^2 + (a+b)x + 2 \} = G(k+l)$$

$$f(x) - g(x) = (a-b)x^2 + 2x - 2 = G(k-l) \quad (\text{단, } k, l : \text{서로소})$$

$$\therefore -2x^2 - (a+b)x - 2 = (a-b)x^2 + 2x - 2$$

$$a-b = -2, \quad a+b = -2$$

$$\therefore a = -2, \quad b = 0$$

$$\therefore h(x) = x^2 - x + 1 \quad \therefore h(-1) = 3$$

22. $z = (1 + i)x^2 + (2 - i)x - 8 - 2i$ 에 대하여 $z^2 < 0$ 을 만족하는 실수 x 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$$z = (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i$$

$$= (x - 2)(x + 4) + (x + 1)(x - 2)i$$

그런데, $z^2 < 0$ 에서 z 는 순허수이므로

$$\therefore x = -4$$

23. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k 의 값을 정하면?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

24. 복소수 $z = (2 + i)a^2 + (1 + 4i)a + 2(2i - 3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

① -2

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

순허수이므로 $2a^2 + a - 6 = 0$

$$\Rightarrow (a + 2)(2a - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데 $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

25. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2, -\sqrt{2}, 2i, -2i,$
 $3i, -3i, 1-i, 1+i$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$ 4 개,

$2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로

(실수) $^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

26. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$$

$$= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로

$$x^2 - x - 2 = 0, \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

$$(i) \quad x^2 - x - 2 = 0 \text{ 에서 } (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$(ii) \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-2) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 또는 } x \neq 2$$

따라서 (i), (ii)에 의하여 $x = -1$

27. $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ -3

④ 1, 3

⑤ -1

해설

$$(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$$

$$= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i$$

$$= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.

$x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서, $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인 x 값을 찾아야 한다.

$$\therefore x = 1$$

28. $(3 + 4i)^5(15 - 20i)^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① 5^7

② 5^{10}

③ 5^{12}

④ 5^{15}

⑤ 5^{20}

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 5^5(3 + 4i)^5(3 - 4i)^5 \\&= 5^5\{(3 + 4i)(3 - 4i)\}^5 \\&= 5^5(5^2)^5 \\&= 5^{15}\end{aligned}$$

29. 등식 $x(3 + 4i) + \overline{y(1 + i)} = 5 + 2i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x(3 + 4i) + \overline{y(1 + i)} \\ &= 3x + 4xi + y - yi \\ &= (3x + y) + (4x - y)i \\ &= 5 + 2i \\ \therefore & 3x + y = 5, \quad 4x - y = 2 \\ & x = 1, \quad y = 2 \\ \therefore & x + y = 3 \end{aligned}$$

30. $(1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i)$ 를 계산하면?

① $17 - i$

② $3 + i$

③ $3 - i$

④ $7 + i$

⑤ $7 - i$

해설

$$\begin{aligned} & (1 + 3i)(1 - 3i) - (2 - i)(3 + i) \\ &= (1 + 9) - (6 - i + 1) \\ &= 3 + i \end{aligned}$$

31. $\sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4}$ 을 $a + bi$ (a, b 는 실수) 형태로 나타내면?

① $2\sqrt{2} + 3i$

② $-3\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

③ $-2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}i$

④ $2\sqrt{3}i$

⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4} \\ &= \sqrt{3}i \times \sqrt{6}i - \frac{2\sqrt{2}}{2i} \\ &= -3\sqrt{2} + \sqrt{2}i \end{aligned}$$

32. $\frac{1}{\sqrt{-8}}(3\sqrt{-2} - 3\sqrt{-8} + \sqrt{-32})$ 을 계산하면?

- ① i ② $\frac{1}{2}$ ③ $-i$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}i} (3\sqrt{2}i - 6\sqrt{2}i + 4\sqrt{2}i) \\&= \frac{1}{2\sqrt{2}i} \times \sqrt{2}i \\&= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

33. 다음 계산 중 틀린 것은?

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm 4i$

해설

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$
 $= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$
 $= -i + 1 + i - 1$
 $= 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm \sqrt{-16} = \pm 4i$

34. $2|x-1| + x - 4 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,

$$-2(x-1) + (x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2$$

ii) $x \geq 1$ 일 때,

$$2(x-1) + x - 4 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

35. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$

(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$

(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$$6 + (-4) = 2$$

36. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

① -9

② -10

③ -11

④ -12

⑤ -13

해설

$$|x + 5| = 1$$

$$\Rightarrow x + 5 = 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = -6$$

37. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + m + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 모든 실수 m 의 값의 합을 구하면?

① -3

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

중근을 가지므로, 판별식 $D = 0$

$$D = (m+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m+4) = m^2 - 2m - 15 = 0$$

$$(m-5)(m+3) = 0 \quad \therefore m = -3, 5$$

$$\therefore m \text{의 값의 합은 } -3 + 5 = 2$$

38. x 에 대한 이차방정식 $4x^2 + 2(2k + m)x + k^2 - k + 2n = 0$ 이 임의의 실수 k 에 대하여 항상 중근을 가질 때, 실수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② $\frac{7}{8}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{7}{8}$ ⑤ $-\frac{5}{8}$

해설

판별식이 0이어야 한다.

$$D' = (2k + m)^2 - 4(k^2 - k + 2n) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4km + 4k - 8n = 0$$

$$\Rightarrow 4k(m + 1) + m^2 - 8n = 0$$

임의의 k 에 대해 성립하려면

$$m + 1 = 0, \quad m^2 - 8n = 0$$

$$\Rightarrow m = -1, \quad n = \frac{1}{8}, \quad m + n = -\frac{7}{8}$$

39. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 6$ 이 성립한다.
이 때, 방정식 $f(5x - 7) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0 (a \neq 0) \text{에서}$$

$$f(5x - 7) = a(5x - 7 - \alpha)(5x - 7 - \beta) = 0$$

$$\therefore 5x = 7 + \alpha, 7 + \beta$$

$$\therefore x = \frac{7 + \alpha}{5}, \frac{7 + \beta}{5}$$

따라서, 구하는 두 근의 합은

$$\frac{14 + \alpha + \beta}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

40. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

41. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 합은 2이다.

② 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 차는 4이다.

③ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 곱은 5이다.

④ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때,
 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은 -6이다.

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서

두근의 합 : $-\frac{b}{a}$

두근의 곱 : $\frac{c}{a}$

두근의 차 : $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

$\therefore$ ② (두근의 차) = $4i$

42. x 에 대한 다음 방정식의 두 근의 합은?

$$(\sqrt{3} + 1)x^2 + (\sqrt{3} + 1)x - 2\sqrt{3} = 0$$

① $-\sqrt{3}$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ $\sqrt{3}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$$\{(\sqrt{3} + 1)x - 2\}(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \sqrt{3} - 1 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$$

$$\therefore \sqrt{3} - 1 + (-\sqrt{3}) = -1$$

43. 이차방정식 $x^2 - (p+4)x + q - 2 = 0$ 의 두 근의 차가 2가 되는 q 의 최솟값은 ?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

이차방정식 $x^2 - (p+4)x + q - 2 = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라고 하면

$$|\alpha + 2 - \alpha| = \frac{\sqrt{(p+4)^2 - 4(q-2)}}{1} = |2|$$

$$\sqrt{p^2 + 8p + 16 - 4q + 8} = 2$$

양변을 제곱하여 q 에 관해 정리하면

$$4 = p^2 + 8p + 16 - 4q + 8, 4q = p^2 + 8p + 20$$

$$q = \frac{1}{4}p^2 + 2p + 5 = \frac{1}{4}(p+4)^2 + 1$$

$\therefore p = -4$ 일 때 $q = 1$ 로 최솟값을 가진다.

해설

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = p + 4, \alpha\beta = q - 2$$

두 근의 차가 2이므로

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = 2$$

$$\sqrt{(p+4)^2 - 4(q-2)} = 2$$

양변을 제곱하면

$$(p+4)^2 - 4(q-2) = 4$$

q 에 대해 정리하면

$$q = \frac{1}{4}(p+4)^2 + 1$$

$\therefore p = -4$ 일 때 $q = 1$ 로 최솟값을 가진다.

44. x 의 이차방정식 $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - m - 2 = 0$ 의 두 근이 모두 양이고, 또 한 근이 다른 근의 2배일 때, 실수 m 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$D = (2m - 1)^2 - 4(m^2 - m - 2) = 9 > 0$ 이므로
서로 다른 두 실근을 갖는다.

두 근을 α , 2α 라 하면

$$\alpha + 2\alpha = -(2m - 1) > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha \times 2\alpha = m^2 - m - 2 > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$$m < -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

또, ㉠에서의 $\alpha = \frac{1 - 2m}{3}$ 을 ㉡에 대입하여 풀면 $m = -4, 5$

조건 ㉢에 의해서 $m = -4$

45. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 틀린 것은? (단, a, b, c 는 실수이다.)

① 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ 이다.

② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta, D = b^2 - 4ac$ 라고 하면 $(\alpha - \beta)^2 = \frac{D}{a^2}$ 이다.

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab < 0$ 이다.

④ 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2 + (a - 2c)x + b - ac$ 도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ (단, $a \neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac < 0$ 이다.

46. 직선 $y = -2x + 2$ 에 접하는 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 x 축에 의해서 잘려진 선분의 길이가 2일 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

포물선과 직선의 교점의 x 좌표를 구하는 식은

$$x^2 + ax + b = -2x + 2 \quad x^2 + (a+2)x + b - 2 = 0$$

두 그래프가 접하므로 이 방정식을 중근을 갖는다.

$$D = (a+2)^2 - 4(b-2) = 0$$

$$\therefore b = \frac{1}{4}(a^2 + 4a + 12) \quad \cdots \textcircled{7}$$

포물선과 x 축과의 교점의 x 좌표를 구하는 식은

$$x^2 + ax + b = 0 \text{ 이 방정식의 두 근을 } \alpha, \beta \text{ 라 하면}$$

$$|\alpha - \beta| = 2 \text{ 이므로 } \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 4$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = a^2 - 4b = 4 \quad \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{ 에서 } a^2 - (a^2 + 4a + 12) = 4$$

$$\therefore a = -4, b = 3 \quad \therefore a + b = -1$$

47. 이차함수 $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x$ 의 그래프와 직선 $y = x + 12 - a^2$ 이 서로 다른 두 점에서 만나고, 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

이차함수 $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x$ 의 그래프와 직선 $y = x + 12 - a^2$ 의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 - (a^2 - 4a + 3)x = x + 12 - a^2$

즉, $x^2 - (a^2 - 4a + 4)x + a^2 - 12 = 0$ 의 두 근이다.

그런데 두 교점이 원점에 대하여 대칭이므로 위의 이차방정식의 두 근의 합은 0이고, 두 근의 곱은 음이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a^2 - 4a + 4 = 0 \text{ 에서 } (a - 2)^2 = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$a^2 - 12 < 0 \text{ 에서 } -2\sqrt{3} < a < 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 2$$

48. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3 \quad \left(m = \frac{5}{2}\right)$

② $y = -x^2 - 2x \quad (M = 1)$

③ $y = 2(x + 1)^2 - 5 \quad (m = -5)$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad (m = -3)$

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 2)$

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 0)$

49. $-2 \leq x \leq 0$ 에서 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + a + 1$ 이 최댓값 1 을 가질 때, 상수 a 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -2x^2 + 4x + a + 1 = -2(x - 1)^2 + a + 3$ 이
이차함수의 그래프의 꼭짓점의 x 좌표 1 이
 x 의 값의 범위 $-2 \leq x \leq 0$ 에 속하지 않으므로
주어진 이차함수는 $x = -2$ 일 때 최솟값을 갖고
 $x = 0$ 일 때 최댓값을 갖는다.

최댓값이 1 이므로 $a + 1 = 1 \quad \therefore a = 0$

50. 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = -x^2 + 4x \quad (1 \leq x \leq 5)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 4

▷ 정답 : 최솟값 -5

해설

$$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$$

꼭짓점 : $x = 2$ 일 때 $y = 4$

$$\text{양끝점 : } \begin{cases} x = 1 \text{ 일 때 } y = 3 \\ x = 5 \text{ 일 때 } y = -5 \end{cases}$$

$x = 2$ 에서 최댓값 4

$x = 5$ 에서 최솟값 -5