1. 다음 보기 중 순환하지 않는 무한소수는 모두 몇 개인가?

$$\frac{\sqrt{16}}{3}, \sqrt{7}-4, 3.14, 0.2\dot{3}, -\sqrt{0.01}, \sqrt{49}$$

- ① 1 개   ② 2 개   ③ 3 개   ④ 4 개   ⑤ 5 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다. 즉 무리수가 몇 개인지 고르면 된다.

$$\frac{\sqrt{16}}{3} = \frac{4}{3} \text{ (유리수)}, \sqrt{7}-4 \text{ (무리수)},$$

$$3.14 \text{ (유리수)}, 0.2\dot{3} \text{ (유리수)},$$

$$-\sqrt{0.01} = -0.1 \text{ (유리수)}, \sqrt{49} = 7 \text{ (유리수)}$$

∴ 순환하지 않는 무한소수(무리수)는 1 개

2. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$$

- ① $a < b < c$ ② $b < a < c$ ③ $c < a < b$
④ $b < c < a$ ⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

3. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

- ① 5.93   ② 7.56   ③ 7.50   ④ 7.40   ⑤ 6.19

해설

$$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} = 5 \times 1.48 = 7.40$$

4. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(175) - 2f(28) = a\sqrt{7} + b$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -5   ② -3   ③ -1   ④ 1   ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } & 13 < \sqrt{175} = 5\sqrt{7} < 14 \\ \therefore & f(175) = 5\sqrt{7} - 13 \\ \text{ii) } & 5 < \sqrt{28} = 2\sqrt{7} < 6 \\ \therefore & f(28) = 2\sqrt{7} - 5 \\ \therefore & f(175) - 2f(28) = 5\sqrt{7} - 13 - 4\sqrt{7} + 10 \\ & = \sqrt{7} - 3 \\ \sqrt{7} - 3 & = a\sqrt{7} + b \text{ 이므로} \\ a & = 1, b = -3 \\ \therefore & ab = 1 \times (-3) = -3 \end{aligned}$$

5. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

6. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

- ① 5   ② 6   ③ 7   ④ 8   ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{126abc} &= \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc} \\ abc = 14 \text{ 또는 } abc = 56 \text{ 또는 } abc = 126 \\ abc = 224 \text{ 또는 } abc = 504 \\ abc = 14 \text{ 일 때, } (1, 2, 7) \\ abc = 56 \text{ 일 때, } (1, 7, 8), (2, 4, 7) \\ abc = 126 \text{ 일 때, } (2, 7, 9), (3, 6, 7) \\ abc = 224 \text{ 일 때, } (4, 7, 8) \\ abc = 504 \text{ 일 때, } (7, 8, 9)\end{aligned}$$

7. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

- ① $\sqrt{xy}$ ② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$ ③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$
④ $\sqrt{-x^2y}$ ⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1, \frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$
따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

8. $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 2개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수 A 는 모두 몇 개인가?

- ① 8 개   ② 9 개   ③ 10 개   ④ 11 개   ⑤ 12 개

해설

$\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 가 2 개가 되려면 $4 < \sqrt{A} \leq 5$ 여야 하므로 $16 < A \leq 25$
 $A = 17, 18 \cdots 23, 24, 25$ 이므로 9 개이다.

9. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98   ② 100   ③ 102   ④ 104   ⑤ 106

해설

$$\begin{aligned}5 &= \sqrt{25}, \\9 &= \sqrt{81}, \\a &= 80, \\b &= 26, \\\therefore a + b &= 106\end{aligned}$$

10. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

- ① 8   ② 15   ③ 35   ④ 50   ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

11. 일차방정식 $(\sqrt{3}+1)x = (4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

- ① 0   ② 1   ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3}+1)x = (4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{2\sqrt{3}+5}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} \\ &= \frac{1+3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{따라서, } \sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$$

12. $x^2 + Ax + 12 = (x + a)(x + b)$ 일 때, 다음 중 상수 A 의 값이 될 수 없는 것은?(단, a, b 는 정수)

- ① 8   ② -13   ③ -8   ④ -7   ⑤ 1

해설

$ab = 12$ 가 되는 경우
($\pm 1, \pm 12$), ($\pm 2, \pm 6$), ($\pm 3, \pm 4$)
 $A = a + b$ 이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $\pm 13, \pm 8, \pm 7$

13. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 1개   ② 2개   ③ 3개   ④ 4개   ⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} ab - 6a + 5b - 48 &= 0 \\ b(a+5) - 6a - 48 &= 0 \\ b(a+5) - 6(a+5) - 18 &= 0 \\ (a+5)(b-6) &= 18 \\ a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } a+5 > 5 \\ \text{(i) } a+5 &= 18, b-6 = 1 \\ a &= 13, b = 7 \\ \text{(ii) } a+5 &= 9, b-6 = 2 \\ a &= 4, b = 8 \\ \text{(iii) } a+5 &= 6, b-6 = 3 \\ a &= 1, b = 9 \\ \therefore \text{ 순서쌍 } a, b \text{의 개수는 } &3 \text{ 개} \end{aligned}$$

14. 인수분해를 이용하여 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}}$$

- ① 5   ② 8   ③ 10   ④ 12   ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16}(58 - 42)(58 + 42)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16} \times 16 \times 100} = 10 \end{aligned}$$

15. 다음 조건을 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 $(a - b - 1)^2$ 의 값을 구하면?

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9, 6ab + 2 = -4, a > b$$

- ① 1   ② 4   ③ 9   ④ 16   ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab + b^2 &= 9, 6ab + 2 = -4, a > b \text{ 에서} \\ ab &= -1, a^2 + b^2 = 7 \\ (a - b)^2 &= a^2 + b^2 - 2ab = 7 + 2 = 9 \\ \therefore a - b &= 3 \\ \therefore (a - b - 1)^2 & \\ &= a^2 + b^2 + 1 - 2a + 2b - 2ab \\ &= 7 + 1 - 2 \times 3 + 2 = 4 \end{aligned}$$