

1. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + a(a-1)x + 3a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 근은? (단, a 는 상수)

① -1 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$1^2 + a(a-1) + 3a = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 1 \cdot (-2)x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -3 \quad \therefore x = -3$$

2. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 틀린 것은? (단, a, b, c 는 실수이다.)

- ① 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ 이다.
- ② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta, D = b^2 - 4ac$ 라고 하면 $(\alpha - \beta)^2 = \frac{D}{a^2}$ 이다.
- ③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab < 0$ 이다.
- ④ 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2 + (a - 2c)x + b - ac$ 도 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ⑤ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ (단, $a \neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac < 0$ 이다.

3. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면
 $(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -13$
 $x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$
 $\therefore -23$

4. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$

② $a - b^2$

③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

5. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x^3 - x$

⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\ &= x^2(x^2 - 1) \\ &= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

6. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식) $= (x-1)(x-2)(x-3)$

7. 세 개의 다항식 $x^3 + ax + b$, $x^3 + cx^2 + a$, $cx^2 + bx + 4$, 의 공약수 중 하나가 $x - 1$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2 ② -2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 4

해설

$$f(x) = x^3 + ax + b \rightarrow f(1) = 1 + a + b = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$g(x) = x^3 + cx^2 + a \rightarrow g(1) = 1 + c + a = 0 \cdots \text{㉡}$$

$$h(x) = cx^2 + bx + 4 \rightarrow h(1) = c + b + 4 = 0 \cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} + \text{㉢} \text{에서 } 2(a + b + c) + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

8. 두 다항식 $x^3 + 1$, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① x ② $x+1$ ③ $x+2$ ④ $x-1$ ⑤ $x-2$

해설

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

따라서 최대공약수는 $x + 1$

9. 다항식 $2x^3 + x^2 - 5x + 3$ 을 $x^2 + x - 1$ 로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

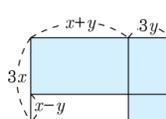
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면
∴ 몫 : $2x - 1$, 나머지 : $-2x + 2$
몫과 나머지의 합은 1

10. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\ &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\ &= 2x^2 + 12xy + y^2 \end{aligned}$$

11. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $13 = Q(1) + R$
 $\therefore Q(1) + R = 13$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

12. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x+2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

13. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면?

- ① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 13개 ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & \{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4 \\ &= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4 \\ &= (4a^2-9b^2)^{12} \\ &\therefore (4a^2-9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 13개이다.} \end{aligned}$$

14. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$ 을 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여 항상 $ax+by+5 = 0$ 이다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = t \text{라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 3t + 1$$

이것을 $ax + by + 5 = 0$ 에 대입하면

$$a(2t - 1) + b(3t + 1) + 5 = 0$$

$$(2a + 3b)t + (-a + b + 5) = 0$$

이 식이 모든 실수 t 에 대하여 성립해야 하므로

$$2a + 3b = 0 \cdots \text{①}$$

$$-a + b + 5 = 0 \cdots \text{②}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a = 3, b = -2 \quad \therefore a + b = 3 + (-2) = 1$$

해설

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC \text{ 성질 이용}$$

$$3x + 3 = 2y - 2$$

$$3x - 2y + 5 = 0 \text{은 } ax + by + 5 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2$$

15. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1) = 2, f(2) = 1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

\therefore 구하는 나머지는 $-x+3$

16. 복소수 $z = (2+i)a^2 + (1+4i)a + 2(2i-3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

- ① -2 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

순허수이므로 $2a^2 + a - 6 = 0$

$$\Rightarrow (a+2)(2a-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데 $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

17. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x-1)(x+2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에 $x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면
 $a+b-4=0, -8a+4b-4=0$
두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=3$
 $\therefore ab=3$

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)(ax + 2) \end{aligned}$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면
 $a=1, b=3 \therefore ab=3$

18. $\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i}$ 를 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ① $\frac{6}{5}$ ② 2 ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i} &= \frac{(2-i)^2 + (2+i)^2}{(2+i)(2-i)} \\ &= \frac{3+3}{5} = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

19. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -\sqrt{2}$ ② $x = \sqrt{2}$ ③ $x = 0$
④ $x = 4 - \sqrt{2}i$ ⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a 의 조건을 구하면?

- ① $a > 1$ ② $a < \frac{3}{2}$ ③ $a < \frac{3}{4}$ ④ $a > \frac{3}{4}$ ⑤ $a < 2$

해설

판별식을 D 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

21. 이차방정식 $x^2 + 2x + 2 - a = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 a 의 범위를 구하면?

① $a < 1$

② $a \geq 1$

③ $-1 < a < 1$

④ $a > 1$

⑤ $a \geq -1$

해설

$x^2 + 2x + 2 - a = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 1 - (2 - a) > 0$$

$$1 - 2 + a > 0$$

$$\therefore a > 1$$

22. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

23. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 방정식의 한 근을 2α 라 하면
다른 한 근은 3α 가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \dots\dots ① \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \dots\dots ② \end{cases}$$

①, ②를 풀면

$$\alpha = 2, k = 6 \times 2^2 = 24$$

24. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2 - 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 - 7x + 3 = 0$

④ $2x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

3 과 $\frac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}, 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

25. 이차방정식 $x^2 + (k-4)x + k-1 = 0$ 이 중근을 가지도록 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을 D 라 하면,
 $D = 0$ 일 때 중근을 가지므로
 $D = (k-4)^2 - 4(k-1) = k^2 - 12k + 20 = 0$ 에서
 $(k-2)(k-10) = 0$
따라서, $k = 2, k = 10$ 이므로 k 의 값은 12이다.

26. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a \geq 0, b < 0$ ② $a > 0, b > 0$ ③ $a \geq 0, b > 0$
④ $a < 0, b < 0$ ⑤ $a \leq 0, b < 0$

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 조건은 $b < 0$ 이고 $a \geq 0$ 일 때이다.

27. 이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 + \beta^2) + 5(\alpha + \beta)$ 의 값을 구여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로,
근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta = -7, \alpha\beta = 1$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-7)^2 - 2 \cdot 1 = 47$$

$$\therefore 47 + 5 \cdot (-7) = 47 - 35 = 12$$

28. 이차방정식 $x^2 + (a+1)x + a - 5 = 0$ 의 두 실근을 β, β^2 이라 할 때, $a + \beta + \beta^2$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

두 근의 합은 $\beta + \beta^2 = -a - 1$ 이므로
 $a + \beta + \beta^2 = a - a - 1 = -1$

29. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= 3, \quad \alpha\beta = 1 \\ \alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 27 - 9 = 18\end{aligned}$$

30. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 할 때 $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가?

- ① $\frac{\sqrt{D}}{a}$ ② $\frac{-\sqrt{D}}{a}$ ③ $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$
 ④ $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$ ⑤ $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\therefore \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \quad (\text{단, } D = b^2 - 4ac)$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$$

31. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a-m-1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a+1)m + (-2a+b+1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a+1) = 0, -2a+b+1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

32. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

33. $2|x-1|+x-4=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,
 $-2(x-1) + (x-4) = 0$
 $\therefore x = -2$

ii) $x \geq 1$ 일 때,
 $2(x-1) + x - 4 = 0$
 $\therefore x = 2$

따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

34. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

35. 이차방정식 $x^2 - 2x + a + 1 = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a < -1$

해설

(두 근의 곱) = $a + 1 < 0 \quad \therefore a < -1$