

1. $a = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{a^2 - 2 + \frac{1}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}}$$

① $2(2 - \sqrt{3})$

② $2(1 + \sqrt{3})$

③ $2(2 + \sqrt{3})$

④ $4 + \sqrt{3}$

⑤ $2 + \sqrt{3}$

해설

$a = 2 - \sqrt{3}$ 이면 $0 < a < 1$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a - \frac{1}{a}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= \frac{2}{a} = \frac{2}{2 - \sqrt{3}} \\ &= 2(2 + \sqrt{3})\end{aligned}$$

2. 두 이차식 $x^2 + ax - 4 = 0$, $4x^2 + ax - b$ 의 공통인 인수가 $x - 1$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 + ax - 4 &= (x - 1)(x + p) \\ &= x^2 + (p - 1)x - p\end{aligned}$$

$$p = 4$$

$$p - 1 = a \quad \therefore a = 3$$

$$\begin{aligned}4x^2 + 3x - b &= (x - 1)(4x + q) \\ &= 4x^2 + (q - 4)x - q\end{aligned}$$

$$-4 + q = 3, \quad q = 7$$

$$-q = -b$$

$$\therefore b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

3. 다항식 $4(p+q)^2 - 4(p+q)p + p^2$ 을 인수분해하여 간단히 나타낸 것은?

① $(p+q)^2$

② $(p+2q)^2$

③ $(2p+q)^2$

④ $(p-q)^2$

⑤ $(p-2q)^2$

해설

$p+q=t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}4(p+q)^2 - 4(p+q)p + p^2 &= 4t^2 - 4tp + p^2 \\ &= (2t-p)^2 \\ &= (p+2q)^2\end{aligned}$$

4. 다음은 $5x + y$ 를 A 로 치환하여 인수분해하는 과정이다. 만족하는 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은? (단, $a > b$)

$$\begin{aligned}(5x + y)(5x + y - 3) - 18 \\ &= A(A - 3) - 18 \\ &= A^2 - 3A - 18 = (5x + y + a)(5x + y + b)\end{aligned}$$

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$5x + y = A$ 로 치환하면

$$(5x + y)(5x + y - 3) - 18$$

$$= A(A - 3) - 18$$

$$= A^2 - 3A - 18$$

$$= (A + 3)(A - 6)$$

$$= (5x + y + 3)(5x + y - 6)$$

따라서, $a = 3, b = -6$ 이므로 $a - b = 9$ 이다.

5. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

$$(1) a^2 + 8a + A = (a + 4)^2$$

$$(2) x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$$

① 16, 6, 3

② 8, 6, 3

③ 16, 3, 6

④ 8, 3, 6

⑤ 6, 8, 3

해설

$$a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16$$

$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2,$$

$$C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6$$

$$\therefore A = 16, B = 6, C = 3 (\because B, C \text{는 양수})$$

6. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$$\begin{aligned} \text{㉠} x^2 + 36x + \text{㉡} &= (2x + \text{㉢})^2 \\ 6x^2 + x + \text{㉣} &= (3x + 5)(2x + \text{㉤}) \end{aligned}$$

① ㉠, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

$$\text{㉠} : 2^2 = 4$$

$$\text{㉢} : 4 \times \text{㉢} = 36, \therefore \text{㉢} = 9$$

$$\text{㉡} : 9^2 = 81$$

$$\text{㉤} : 10 + 3 \times \text{㉤} = 1, \therefore \text{㉤} = -3$$

$$\text{㉣} : (-3) \times 5 = -15$$

7. $(a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a - 3)$

② $-4a(b + 3)$

③ $-8b(a + 3)$

④ $-4a(b - 3)$

⑤ $-4b(a + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2 \\ &= \{(a - b + 3) + (a + b + 3)\} \\ & \quad \{(a - b + 3) - (a + b + 3)\} \\ &= (-2b)(2a + 6) \\ &= -4b(a + 3) \end{aligned}$$

8. 다음 중 $x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy$ 의 인수는?

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $y + 1$ ④ $x + y$ ⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned}x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy &= xy(xy - x - y + 1) \\ &= xy \{x(y - 1) - (y - 1)\} \\ &= xy(x - 1)(y - 1)\end{aligned}$$

9. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때,
 $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$ 의 값을 구하면?

① 13

② 15

③ 18

④ 20

⑤ 24

해설

$$4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a = \sqrt{18} - 4$$

$$4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b = 4$$

$$a + b = \sqrt{18}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a - b} \\ &= \frac{a(a + b)(a - b) + b(a + b)(a - b)}{a - b} \\ &= \frac{(a - b)(a + b)^2}{a - b} \\ &= (a + b)^2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

11. $x^2 - y^2 - 7x - 3y + a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 의 값을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답:

▷ 정답: $a = 10$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 - 7x - 3y + a \\ &= (x + y + \alpha)(x - y + \beta) \\ &= x^2 - y^2 + (\alpha + \beta)x + (-\alpha + \beta)y + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \alpha + \beta = -7 \\ +) -\alpha + \beta = -3 \\ \hline 2\beta = -10 \end{array}$$

$$\beta = -5, \alpha = -2$$

$$\therefore a = \alpha\beta = (-2) \times (-5) = 10$$

12. 다항식 $x(x+3)(x+4)(x-1) + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = 4$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+3)(x+4)(x-1) + p \\ &= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x - 4) + p \\ & x^2 + 3x = A \text{ 로 치환하면} \\ & A(A-4) + p = A^2 - 4A + p \\ & A^2 - 4A + p = (A-2)^2 \\ & \therefore p = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

13. $a^4 + a^2b^2 + b^4$ 을 인수분해하면?

① $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

② $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab + b)$

③ $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab - b)$

④ $(a^2 + ab - b)(a^2 - ab + b)$

⑤ $(a + ab + b^2)(a - ab + b^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ &= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)\end{aligned}$$

14. $30 \left(\frac{2^2 - 1}{2^2} \right) \left(\frac{3^2 - 1}{3^2} \right) \left(\frac{4^2 - 1}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{10^2 - 1}{10^2} \right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \\ &\quad \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 30 \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \\ &\quad \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 + \frac{1}{10} \right) \\ &= 30 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \\ &\quad \times \cdots \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 30 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{33}{2} \end{aligned}$$

15. $b = a + 2c - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} b &= a + 2c - \sqrt{3} \text{ 에서 } a - b + 2c = \sqrt{3} \\ \therefore a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca \\ &= a^2 + (-b)^2 + (2c)^2 \\ &\quad + 2(a)(-b) + 2(-b)(2c) + 2(2c)(a) \\ &= (a - b + 2c)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 = 3 \end{aligned}$$