

1. 세 실수 $A = \sqrt{20} + \sqrt{80}$, $B = \sqrt{21} + \sqrt{79}$, $C = \sqrt{22} + \sqrt{78}$ 의 대소 관계가 바르게 된 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

해설

A , B , C 가 모두 양수이므로 A^2 , B^2 , C^2 을 구해서 비교해도 좋다.

$$\begin{aligned} A^2 &= (\sqrt{20} + \sqrt{80})^2 \\ &= 20 + 2\sqrt{20 \times 80} + 80 = 100 + 2\sqrt{1600} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B^2 &= (\sqrt{21} + \sqrt{79})^2 \\ &= 21 + 2\sqrt{21 \times 79} + 79 = 100 + 2\sqrt{1659} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^2 &= (\sqrt{22} + \sqrt{78})^2 \\ &= 22 + 2\sqrt{22 \times 78} + 78 = 100 + 2\sqrt{1716} \end{aligned}$$

$$\sqrt{1600} < \sqrt{1659} < \sqrt{1716} \text{ 이므로 } A^2 < B^2 < C^2$$

$$\therefore A < B < C$$

2. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

3. $x > 0, y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠

$\sqrt{(x-y)^2} = x-y$
- ㉡

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$
- ㉢

$\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉠ $x-y > 0$, $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$

㉡ $y-x < 0$,
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2}$
 $= x + (-y) - (y-x) = 2x-2y$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$
 $= x - (-y) - (x-y)$
 $= x+y-x+y = 2y$

4. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① xy 의 최솟값은 6 이다.
 - ② $2x + y$ 의 최솟값은 7 이다.
 - ③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
 - ④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
 - ⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)

$x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)

$y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)

$2x + y$ 는 $x = 2, y = 3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)

$x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

5. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

① $\sqrt{xy}$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$

③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$

④ $\sqrt{-x^2y}$

⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1, \frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$
따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

6. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 32

② 33

③ 34

④ 35

⑤ 36

해설

$$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$$

$$16 < 2n < 49$$

$$\therefore 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\therefore \text{최댓값 } a = 24, \text{ 최솟값 } b = 9$$

$$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$$

7. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$

8. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

$$\textcircled{1} \ n = 8 \text{ 일 때, } S(n) = 3 - 1 = 2$$

$$\textcircled{2} \ n = 15 \text{ 일 때, } S(n) = 4 - 1 = 3$$

$$\textcircled{3} \ n = 35 \text{ 일 때, } S(n) = 6 - 1 = 5$$

$$\textcircled{4} \ n = 50 \text{ 일 때, } S(n) = \sqrt{51} - 1$$

$$\textcircled{5} \ n = 99 \text{ 일 때, } S(n) = 10 - 1 = 9$$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

9. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

10. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

- ① $a = 1.000, b = 1.13$
- ② $a = 1.005, b = 1.15$
- ③ $a = 1.049, b = 1.42$
- ④ $a = 1.196, b = 1.22$
- ⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

11. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$ab - 6a + 5b - 48 = 0$
 $b(a + 5) - 6a - 48 = 0$
 $b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$
 $(a + 5)(b - 6) = 18$
 $a > 0, b > 0$ 이므로 $a + 5 > 5$
(i) $a + 5 = 18, b - 6 = 1$
 $a = 13, b = 7$
(ii) $a + 5 = 9, b - 6 = 2$
 $a = 4, b = 8$
(iii) $a + 5 = 6, b - 6 = 3$
 $a = 1, b = 9$
 $\therefore$ 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

12. 다항식 $x^4 - 3x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해 될 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^2 &= X \text{로 치환하면} \\x^4 - 3x^2 + 1 &= X^2 - 3X + 1 \\&= X^2 - 2X + 1 - X \\&= (X - 1)^2 - X \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 - 1 - x)(x^2 - 1 + x) \\&= (x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) \text{이므로} \\a &= -1, b = -1, c = 1, d = -1 \text{이거나} \\a &= 1, b = -1, c = -1, d = -1 \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

13. 다음 식의 값은?

$$\frac{2(319^2 - 181^2)}{37^2 - 13^2}$$

① 71

② 86

③ 98

④ 115

⑤ 138

해설

$$\begin{aligned}\frac{2(319^2 - 181^2)}{37^2 - 13^2} &= \frac{2(319 + 181)(319 - 181)}{(37 + 13)(37 - 13)} \\ &= \frac{2 \times 500 \times 138}{50 \times 24} = 115\end{aligned}$$

14. $\frac{x^2 - y^2}{xy - y^2} = 3$ 일 때, $x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11$ 의 값은? (단, $x \neq y$)

- ① -13
- ② -7
- ③ -5
- ④ -3
- ⑤ -11

해설

$\frac{x^2 - y^2}{xy - y^2} = 3$ 에서 $\frac{(x + y)(x - y)}{y(x - y)} = 3,$

$x \neq y$ 이므로 $x - y \neq 0$

따라서, $\frac{x + y}{y} = 3, x = 2y$

$x = 2y$ 를 대입하면

$x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11$
 $= 4y^2 - 8y^2 + 4y^2 - 16y + 16y - 11 = -11$

15. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$

② $x - y^2$

③ $x^2 + y$

④ $x + y^2$

⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2y - x - y \\ &= x^2(x + y) - (x + y) \\ &= (x + y)(x + 1)(x - 1) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.