

1. 세 실수  $A = \sqrt{20} + \sqrt{80}$ ,  $B = \sqrt{21} + \sqrt{79}$ ,  $C = \sqrt{22} + \sqrt{78}$  의 대소 관계가 바르게 된 것은?

- ①  $A < B < C$                       ②  $A < C < B$                       ③  $B < A < C$   
④  $C < A < B$                       ⑤  $C < B < A$

해설

$A, B, C$  가 모두 양수이므로  $A^2, B^2, C^2$  을 구해서 비교해도 좋다.

$$\begin{aligned} A^2 &= (\sqrt{20} + \sqrt{80})^2 \\ &= 20 + 2\sqrt{20 \times 80} + 80 = 100 + 2\sqrt{1600} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B^2 &= (\sqrt{21} + \sqrt{79})^2 \\ &= 21 + 2\sqrt{21 \times 79} + 79 = 100 + 2\sqrt{1659} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^2 &= (\sqrt{22} + \sqrt{78})^2 \\ &= 22 + 2\sqrt{22 \times 78} + 78 = 100 + 2\sqrt{1716} \end{aligned}$$

$\sqrt{1600} < \sqrt{1659} < \sqrt{1716}$  이므로  $A^2 < B^2 < C^2$

$$\therefore A < B < C$$

2. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

①  $(\sqrt{3})^2$

②  $\sqrt{9}$

③  $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④  $\sqrt{3}\sqrt{3^4}$

⑤  $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ :  $3\sqrt{3}$

3.  $x > 0, y < 0$  일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

$$\text{㉠ } \sqrt{(x-y)^2} = x-y$$

$$\text{㉡ } \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$$

$$\text{㉢ } \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉢

해설

$$\text{㉠ } x-y > 0, \sqrt{(x-y)^2} = x-y$$

$$\text{㉡ } y-x < 0,$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} \\ &= x + (-y) - (y-x) = 2x - 2y \end{aligned}$$

$$\text{㉢ } \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$$

$$\begin{aligned} &= x - (-y) - (x-y) \\ &= x + y - x + y = 2y \end{aligned}$$

4.  $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$  이 자연수가 되는 자연수  $x, y$  에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ①  $xy$  의 최솟값은 6 이다.
- ②  $2x + y$  의 최솟값은 7 이다.
- ③  $y = 3$  이면  $N$  은 자연수가 될 수 없다.
- ④  $x$  가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
- ⑤  $xy$  는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$  가 자연수가 되기 위해서는  $\frac{96x}{y}$  가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$  이므로  $xy$  는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)

$x = 1$  일 때,  $y = 6$  이면  $N = \sqrt{16} = 4$  이다.(④ 성립)

$y = 3$  일 때,  $x = 2$  이면  $N = 8$  이다.(③은 성립하지 않는다.)

$2x + y$  는  $x = 2, y = 3$  일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)

$x = 3$  이고  $y = 25$  인 경우  $N$  은 자연수가 되지만  $xy$  는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

5.  $-1 < x < y < 0$  일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

- ①  $\sqrt{xy}$                       ②  $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$                       ③  $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$   
④  $\sqrt{-x^2y}$                       ⑤  $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$  이므로  $xy < 1$  이고  $\frac{y}{x} < 1$ ,  $\frac{x}{y} > 1$

①  $\sqrt{xy} < 1$

②  $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③  $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$  이므로  $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④  $\sqrt{-x} < 1$  이므로 양변에  $\sqrt{xy}$  를 곱하면  $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤  $\sqrt{-y} < 1$  이므로 양변에  $\sqrt{xy}$  를 곱하면  $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

6.  $4 < \sqrt{2n} < 7$  을 만족하는 자연수  $n$  의 값 중에서 최댓값을  $a$ , 최솟값을  $b$  라 할 때,  $a + b$  의 값은?

① 32

② 33

③ 34

④ 35

⑤ 36

해설

$$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$$

$$16 < 2n < 49$$

$$\therefore 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\therefore \text{최댓값 } a = 24, \text{ 최솟값 } b = 9$$

$$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$$

7. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서  $\sqrt{n}$  의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를  $\sqrt{a}$ , 가장 작은 수를  $\sqrt{b}$  라고 할 때,  $a + b$  의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단,  $n$  은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25},$$

$$9 = \sqrt{81},$$

$$a = 80,$$

$$b = 26,$$

$$\therefore a + b = 106$$

8.  $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고,  $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수  $n$ 에 대하여  $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는  $n$ 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

①  $n = 8$ 일 때,  $S(n) = 3 - 1 = 2$

②  $n = 15$ 일 때,  $S(n) = 4 - 1 = 3$

③  $n = 35$ 일 때,  $S(n) = 6 - 1 = 5$

④  $n = 50$ 일 때,  $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤  $n = 99$ 일 때,  $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

9.  $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$  일 때,  $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \dots + \frac{1}{f(9)}$  의 값을 구하면?

①  $-\frac{1}{2}$

②  $-2$

③  $\sqrt{10} - 2$

④  $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤  $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$  에서

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

따라서,  $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \dots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \dots +$

$$\sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

10.  $\sqrt{1.43}$ 의 값을  $a$ 라 하고,  $\sqrt{b} = 1.105$  일 때,  $a, b$ 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

①  $a = 1.000, b = 1.13$

②  $a = 1.005, b = 1.15$

③  $a = 1.049, b = 1.42$

④  $a = 1.196, b = 1.22$

⑤  $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로  $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로  $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서  $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

11.  $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수  $a, b$ 의 순서쌍의 개수는? (단,  $a > 0, b > 0$ )

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$ab - 6a + 5b - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6a - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$$

$$(a + 5)(b - 6) = 18$$

$a > 0, b > 0$  이므로  $a + 5 > 5$

$$(i) a + 5 = 18, b - 6 = 1$$

$$a = 13, b = 7$$

$$(ii) a + 5 = 9, b - 6 = 2$$

$$a = 4, b = 8$$

$$(iii) a + 5 = 6, b - 6 = 3$$

$$a = 1, b = 9$$

∴ 순서쌍  $a, b$ 의 개수는 3개

12. 다항식  $x^4 - 3x^2 + 1$  이  $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$  로 인수분해 될 때,  $a + b + c + d$  의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$x^2 = X$  로 치환하면

$$x^4 - 3x^2 + 1 = X^2 - 3X + 1$$

$$= X^2 - 2X + 1 - X$$

$$= (X - 1)^2 - X$$

$$= (x^2 - 1)^2 - x^2$$

$$= (x^2 - 1 - x)(x^2 - 1 + x)$$

$$= (x^2 - x - 1)(x^2 + x - 1) \text{ 이므로}$$

$a = -1, b = -1, c = 1, d = -1$  이거나

$a = 1, b = -1, c = -1, d = -1$

$$\therefore a + b + c + d = -2$$

13. 다음 식의 값은?

$$\frac{2(319^2 - 181^2)}{37^2 - 13^2}$$

① 71

② 86

③ 98

④ 115

⑤ 138

해설

$$\begin{aligned}\frac{2(319^2 - 181^2)}{37^2 - 13^2} &= \frac{2(319 + 181)(319 - 181)}{(37 + 13)(37 - 13)} \\ &= \frac{2 \times 500 \times 138}{50 \times 24} = 115\end{aligned}$$

14.  $\frac{x^2 - y^2}{xy - y^2} = 3$  일 때,  $x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11$  의 값은? (단,  $x \neq y$ )

① -13

② -7

③ -5

④ -3

⑤ -11

해설

$$\frac{x^2 - y^2}{xy - y^2} = 3 \text{ 에서 } \frac{(x+y)(x-y)}{y(x-y)} = 3,$$

$x \neq y$  이므로  $x - y \neq 0$

따라서,  $\frac{x+y}{y} = 3, x = 2y$

$x = 2y$  를 대입하면

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16y - 11 \\ &= 4y^2 - 8y^2 + 4y^2 - 16y + 16y - 11 = -11 \end{aligned}$$

15. 부피가  $x^3 + x^2y - x - y$  인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각  $x - 1, x + 1$  일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

①  $x + y$

②  $x - y^2$

③  $x^2 + y$

④  $x + y^2$

⑤  $x - y$

해설

$$x^3 + x^2y - x - y$$

$$= x^2(x + y) - (x + y)$$

$$= (x + y)(x + 1)(x - 1) \text{ 이다.}$$

따라서 직육면체의 높이는  $x + y$  이다.