

1. $(2xy^a)^3 \div (x^c y^2)^3 = \frac{b}{x^3 y^3}$ 가 성립할 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(2xy^a)^3 \div (x^c y^2)^3 = \frac{(2^3 x^3 y^{3a})}{x^{3c} y^6} = \frac{b}{x^3 y^3} \text{ 이므로}$$

$$a = 1, b = 8, c = 2$$

$$\therefore a + b - c = 7$$

2. 등식 $\frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} = ax^by^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} & \frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} \\ &= \frac{9x^6y^3}{xy} \times \frac{8x^3}{x^2y^4} \times \frac{xy}{9x^6y^4} \\ &= \frac{8x}{y^5} = 8xy^{-5} \end{aligned}$$

$$a = 8, b = 1, c = -5$$

$$a + b + c = 8 + 1 - 5 = 4$$

3. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

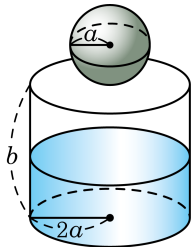
① $\frac{1}{3}a$

② $\frac{2}{3}a$

③ a

④ $\frac{4}{3}a$

⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

4. 부등식 $(a+b)x + 2a - 3b < 0$ 의 해가 $x < -\frac{3}{4}$ 일 때, 부등식 $(a-2b)x + 2a + b < 0$ 의 해는?

① $x > 7$

② $x < 7$

③ $x > -7$

④ $x < -7$

⑤ $x < 3$

해설

$(a+b)x + 2a - 3b < 0$ 의 해가 $x < -\frac{3}{4}$ 이므로 $a+b > 0$

식을 정리하면 $x < -\frac{2a-3b}{a+b}$ 이므로

$$-\frac{2a-3b}{a+b} = -\frac{3}{4}$$

$$8a - 12b = 3a + 3b$$

$$5a = 15b \quad \therefore a = 3b$$

$a+b = 4b > 0$ 이므로 $b > 0$,

$a = 3b$ 를 $(a-2b)x + 2a + b < 0$ 에 대입하면

$$(3b-2b)x + 6b + b < 0$$

$$x < -\frac{7b}{b}$$

$$\therefore x < -7$$

5. $\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이다. a 가 10미만인 홀수일 때, $a + b$ 의 값은?

① 28

② 29

③ 30

④ 31

⑤ 32

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타낼 때, 유한소수가 되려면 분모에 있는 3이 약분되어야 하므로 a 의 값은 3의 배수가 되어야 한다. 그리고 a 가 10 미만의 홀수이므로 a 는 3 또는 9이다. 그런데 이 식을 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이어야 하므로 $a = 9$ 이다.

$$\text{또한 } \frac{9}{60} = \frac{3^2}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{3}{2^2 \times 5} = \frac{3}{20}$$

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a + b = 9 + 20 = 29$$

6. $x = 0.\dot{a}$ 이고 $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 0.\dot{8}1$ 일 때 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{1}{x+1} = \frac{9}{11} \end{aligned}$$

$$9(x+1) = 11, 9x+9 = 11, x = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a = 2$$

7. $\frac{5}{333} = x$ 라 할 때, $x \times (999.\dot{9} - 1)$ 의 값은?

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$$(\text{준식}) = \frac{5}{333} \times (1000 - 1) = \frac{5}{333} \times 999 = 15$$

8. $16^{3x+2} = 4^{x-6}$ 을 만족하는 x 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$16^{3x+2} = (4^2)^{3x+2} = 4^{x-6} \text{ 이므로}$$

$$6x + 4 = x - 6$$

$$5x = -10$$

$$\therefore x = -2$$

9. 다음 식에서 $A + B + C$ 의 값은?

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$$

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$$

$$(-4)^A x^{3A} \times 2xy^B \div 4x^4y^2 = 8x^Cy$$

$$(-4)^A \times 2 \div 4 = 8 \quad \therefore A = 2$$

$$x^{3A} \times x \div x^4 = x^C$$

$$x^6 \times x \div x^4 = x^C \quad \therefore C = 3$$

$$y^B \div y^2 = y \quad \therefore B = 3$$

$$\therefore A + B + C = 2 + 3 + 3 = 8$$

10. 다음 식의 값을 구하면?

$$\frac{x^2yz - 2xy + xy^2z}{xyz} \quad (\text{단, } x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}, z = 6)$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{5}{6}$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} \frac{x^2yz - 2xy + xy^2z}{xyz} &= \frac{x^2yz}{xyz} - \frac{2xy}{xyz} + \frac{xy^2z}{xyz} \\ &= x - \frac{2}{z} + y \\ &= \frac{1}{2} - \frac{2}{6} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

11. $\frac{a+2b}{12} = \frac{a}{2} - \frac{b}{6}$ 일 때, $a:b$ 의 비는? (단, $a \neq 0, b \neq 0$)

① $2:3$

② $3:2$

③ $4:5$

④ $5:4$

⑤ $1:1$

해설

$$a + 2b = 6a - 2b, 5a = 4b$$

$$\therefore a:b = 4:5$$

12. $-1 \leq x \leq 1$ 일 때, $\frac{4-2x}{3-x}$ 의 범위를 구하면 $a \leq \frac{4-2x}{3-x} \leq b$ 라 할 때, $a+2b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{4-2x}{3-x} = \frac{2(3-x)-2}{3-x} = 2 - \frac{2}{3-x} \text{ 이므로}$$

$-1 \leq x \leq 1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면 $-1 \leq -x \leq 1$

각 변에 3 을 더하면 $2 \leq 3-x \leq 4$

$$\text{역수를 취하면 } \frac{1}{4} \leq \frac{1}{3-x} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } -2 \text{ 를 곱하면 } -1 \leq -\frac{2}{3-x} \leq -\frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } 2 \text{ 를 더하면 } 1 \leq 2 - \frac{2}{3-x} \leq \frac{3}{2}$$

$$a = 1, b = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } a + 2b = 4$$

13. $\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}$ 일 때, $ax + 3 < 3a + x$ 의 해를 풀면?

① $x < 3$

② $x > 3$

③ $x < -3$

④ $x > -3$

⑤ $x < 1$

해설

$$\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}, \quad 3(a-1) + 2a < 2 \quad \therefore a < 1$$

$$ax + 3 < 3a + x, \quad (a-1)x < 3a-3, \quad x > \frac{3(a-1)}{a-1} \quad \therefore x > 3$$

14. A 지역에서 B 지역까지 34 분 걸리는 경전철을 건설하려고 한다. 경전철이 통과하는 간이역을 3 분 또는 4 분 거리마다 설치하려고 할 때, 가능한 간이역의 개수를 모두 몇 개인가?

① 6, 7, 8 개

② 7, 8 개

③ 7, 8, 9 개

④ 8, 9 개

⑤ 8, 9, 10 개

해설

3 분, 4 분 걸리는 구간의 개수를 각각 x, y 라 하면 $3x + 4y = 34$ 에서 $y = \frac{34 - 3x}{4}$ 이다.

그런데 x, y 는 0 또는 자연수이어야 하므로 $34 - 3x$ 은 4 의 배수이고

$34 - 3x \geq 0$ 에서 $x \leq \frac{34}{3} \rightarrow x \leq 11$ 이므로

가능한 x 의 값은 2, 6, 10 이고 각각에 대한 y 의 값은 7, 4, 1 이다.

A 역과 B 역을 제외한 간이역의 수는 $x + y - 1$ 이므로 가능한 간이역의 개수는 8, 9, 10 개이다.

15. 20% 설탕물 400 g에 설탕을 더 넣은 후, 더 넣은 설탕의 양만큼 물을 증발시켰다. 이 때, 농도가 50% 이상이 되게 하려면 최소 몇 g의 설탕을 더 넣어야 하는가?

① 60 g

② 80 g

③ 100 g

④ 120 g

⑤ 200 g

해설

더 넣은 설탕의 양을 x g이라 하면

$$\frac{20}{100} \times 400 + x \geq \frac{50}{100} \times 400$$

$$80 + x \geq 200$$

$$\therefore x \geq 120$$