

1. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + y - 3 = x + 2y \\ ax - 3y = b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때 a, b 의 값을 구하면?

① $a = 2, b = 3$

② $a = 2, b = 9$

③ $a = 6, b = 3$

④ $a = 6, b = 9$

⑤ $a = -2, b = 9$

해설

$$\begin{cases} 3x + y - 3 = x + 2y & \cdots \textcircled{㉠} \\ ax - 3y = b & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{에서}$$

㉠을 간단히 하면 $2x - y = 3$ 이고

해가 무수히 많기 위해서는 3을 곱하여 비교한다.

$$\therefore a = 6, b = 9$$

2. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \frac{6}{x+y} - \frac{1}{z+y} = 1 \\ \frac{y+z}{4} + \frac{x+z}{3} = 2 \\ \frac{y+z}{4} + \frac{x+z}{3} = -3 \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{1}{2}$

▷ 정답: $y = \frac{5}{2}$

▷ 정답: $z = -\frac{3}{2}$

해설

$$\frac{1}{x+y} = A, \frac{1}{y+z} = B, \frac{1}{z+x} = C \text{ 라 하면}$$

$$6A - B = 1$$

$$4B + 2C = 2$$

$$4C + 3A = -3$$

연립방정식을 풀면, $A = \frac{1}{3}, B = 1, C = -1$, 따라서

$$\frac{1}{x+y} = \frac{1}{3}, \frac{1}{y+z} = 1, \frac{1}{z+x} = -1 \text{ 이므로}$$

$$x+y = 3, y+z = 1, z+x = -1$$

$$x+y+z = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}, y = \frac{5}{2}, z = -\frac{3}{2}$$

3. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{4}{x} - \frac{2}{y} = 3 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x = 3, y = 2$

② $x = 3, y = 1$

③ $x = 1, y = 2$

④ $x = 1, y = 3$

⑤ $x = 2, y = 3$

해설

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$ 라 하면

$3X - 4Y = 1 \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$4X - 2Y = 3 \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}} - \textcircled{\text{㉡}} \times 2$ 하면 $-5X = -5$

$\therefore X = 1, Y = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{x} = 1$ 이므로 $x = 1, \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 이므로 $y = 2 \therefore x = 1, y = 2$

4. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 3y = b \\ 6x + ay = 3 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때 $a - b$ 의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{a} = \frac{b}{3} \text{ 이므로}$$

$$a = 9, b = 1 \quad \therefore a - b = 9 - 1 = 8$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} y = ax + 1 \\ y = -x - 2 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① 0 ② -1 ③ 2 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

해가 없을 경우는 두 함수의 그래프가 평행할 경우이므로 두 함수의 기울기는 서로 같다.

$$\therefore a = -1$$

6. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \begin{cases} 3x + 4y = -1 \\ -x - 2y = 3 \end{cases} \\ \textcircled{3} & \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 6x + 5y = -2 \end{cases} \\ \textcircled{5} & \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 4x + y = 6 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} & \begin{cases} -x + 2y = -2 \\ 4x - 8y = 4 \end{cases} \\ \textcircled{4} & \begin{cases} x - 2y = 7 \\ -2x + 2y = -6 \end{cases} \end{aligned}$$

해설

미지수가 2개인 일차연립방정식 $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ 에서

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ 이면 해가 없다.

$\textcircled{2} \quad \frac{-1}{4} = \frac{2}{-8} \neq \frac{-2}{4}$ 이므로 해가 없다.

7. x 의 값이 20 이하의 자연수일 때, 연립방정식 $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ px - qy = 2 \end{cases}$ 의 해가

존재하지 않도록 하는 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5 개

해설

$3x - 2y - 1 = 0, px - qy - 2 = 0$ 이 해를 갖지 않기 위해서는

$$\frac{3}{p} = \frac{-2}{-q} \neq \frac{-1}{-2}$$

$$\therefore p \neq 6, q \neq 4, 2p = 3q$$

즉, $p : q = 3 : 2$ 이므로

$$(p, q) = (3, 2), (9, 6), (12, 8), (15, 10), (18, 12)$$

따라서 순서쌍 (p, q) 는 5 개이다.

8. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = \frac{3}{2} \\ -y + 4x = 6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많기 위한 a, b 의 값을

구하면?

① $a = 1, b = -\frac{1}{4}$

② $a = -1, b = -\frac{1}{4}$

③ $a = 2, b = \frac{1}{6}$

④ $a = 2, b = -\frac{1}{6}$

⑤ $a = -2, b = -\frac{1}{6}$

해설

식을 정리하면

$$\begin{cases} ax + by = \frac{3}{2} \\ 4x - y = 6 \end{cases} \text{ 에서}$$

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{-1} = \frac{\frac{3}{2}}{6} \text{ 이어야 하므로}$$

$$6a = \frac{3}{2} \times 4 \text{ 에서 } a = 1, 6b = \frac{3}{2} \times (-1) \text{ 에서 } b = -\frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x - 3y = a \\ 2x - by = 5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많고, $\begin{cases} cx - 4y = 2 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} x - 3y = a \\ 2x - by = 5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으므로, $\frac{1}{2} = \frac{3}{b} =$

$\frac{a}{5}$ 에서 $a = \frac{5}{2}$, $b = 6$

연립방정식 $\begin{cases} cx - 4y = 2 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않으므로, $\frac{c}{3} =$

$\frac{-4}{2} \neq \frac{2}{4}$ 에서 $c = -6$

따라서, $a + b + c = \frac{5}{2} + 6 + (-6) = \frac{5}{2}$

10. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y-1} = 6 \end{cases}$ 의 해가

$x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{1}{x+1} = X, \frac{1}{y-1} = Y \text{라 하면}$$

$$\begin{cases} 2X + 3Y = 2 \cdots \textcircled{A} \\ 2X - 3Y = 6 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 하면

$$4X = 8 \text{에서 } X = 2, Y = -\frac{2}{3}$$

$$X = \frac{1}{x+1} \text{이므로}$$

$$\frac{1}{x+1} = 2, x+1 = \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{2}$$

$$Y = \frac{1}{y-1} \text{이므로}$$

$$\frac{1}{y-1} = -\frac{2}{3}, 2(y-1) = -3, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a - b = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$