

1. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x = 1$ 일 때, $\sqrt{15+x}$ 는 자연수가 된다.

㉡ $x = 3$ 일 때, $\sqrt{24+x}$ 는 자연수가 된다.

㉢ $x = 4$ 일 때, $\sqrt{140+x}$ 는 자연수가 된다.

㉤ $x = 6$ 일 때, $\sqrt{85+x}$ 는 자연수가 된다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉡ $x = 3$ 일 때, $\sqrt{24+x} = \sqrt{27}$ 이고 27은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

㉤ $x = 6$ 일 때, $\sqrt{85+x} = \sqrt{91}$ 이고 91은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

2. $\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(3\sqrt{3}-4)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8 - 5\sqrt{3}$

해설

$2\sqrt{3} = \sqrt{12} < 4 = \sqrt{16} < \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ 이므로

$$\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(3\sqrt{3}-4)^2}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} - (3\sqrt{3} - 4)$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4$$

$$= 8 - 5\sqrt{3}$$

3. 다음 보기 중 무리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$$5.4\dot{9}\dot{2}, -1 + \sqrt{1}, 3.14, -\sqrt{16}, \pi, 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

▶ 답 : 개

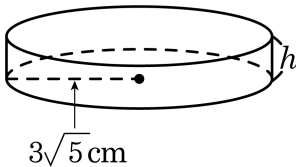
▷ 정답 : 2개

해설

$$5.4\dot{9}\dot{2} = \frac{5438}{990}, -1 + \sqrt{1} = 0, -\sqrt{16} = -4 \text{ 이므로 유리수이다.}$$

따라서 무리수는 $\pi, 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ 이다.

4. 밑면의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ cm 인 원기둥의 부피가 $15\sqrt{42}\pi$ cm³ 일 때, 이 원기둥의 높이를 구하면?



- ① $\sqrt{42}$ cm ② $\frac{\sqrt{42}}{2}$ cm ③ $\frac{\sqrt{42}}{3}$ cm
④ $\sqrt{52}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{52}}{3}$ cm

해설

$$V = \text{밑넓이} \times \text{높이}$$

$$15\sqrt{42}\pi = \pi \times (3\sqrt{5})^2 \times h$$

$$15\sqrt{42}\pi = \pi \times 45 \times h$$

$$\therefore \text{높이 } h = \frac{15\sqrt{42}}{45} = \frac{\sqrt{42}}{3} (\text{cm})$$

5. $6\sqrt{6} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}$ 을 간단히 하면?

① $2\sqrt{6} + 1\sqrt{3}$

② $3\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$

③ $7\sqrt{6} + 8\sqrt{3}$

④ $8\sqrt{6} - 7\sqrt{3}$

⑤ $4\sqrt{6} + 2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & 6\sqrt{6} - 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ &= (6\sqrt{6} + 2\sqrt{6}) - (4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}) \\ &= 8\sqrt{6} - 7\sqrt{3} \end{aligned}$$

6. 두 이차식 $x^2 - 3x - 4$ 와 $2x^2 - 11x + 12$ 의 공통인 인수는?

① $x - 1$

② $x - 4$

③ $x + 1$

④ $2x - 3$

⑤ $2x + 3$

해설

$$x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1)$$

$$2x^2 - 11x + 12 = (2x - 3)(x - 4)$$

7. 두 이차방정식 $(x-1)(x-2)=0$, $x^2+14=9x$ 의 공통인 해는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$(x-1)(x-2)=0$ 의 해는 1, 2

$$x^2+14=9x$$

$$x^2+14-9x=0, (x-7)(x-2)=0$$

해는 2, 7 따라서 공통인 해는 2

8. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$3^2 - 4 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

$$\therefore 3 - 1 = 2$$

9. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{5} = b$ 일 때, 다음 중 $\sqrt{8}$ 을 바르게 나타낸 것은?

① $a + b$

② $a^2 + b^2$

③ $\sqrt{a + b}$

④ $\sqrt{ab}$

⑤ $\sqrt{a^2 + b^2}$

해설

$$\sqrt{3} = a, \sqrt{5} = b \text{ 이므로 } 3 = a^2, 5 = b^2$$

$$\therefore \sqrt{8} = \sqrt{3+5} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

10. $a = 6 - \sqrt{5}$, $b = 1 + 2\sqrt{5}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a + b < 0$

② $a - b > 0$

③ $a - 4 < 0$

④ $b - 4 < 0$

⑤ $2a + b > 15$

해설

① $a + b = 6 - \sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 7 + \sqrt{5} > 0$

② $a - b = 6 - \sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5} < 0$

④ $b - 4 = 1 + 2\sqrt{5} - 4 = 2\sqrt{5} - 3 > 0$

⑤ $2a + b = 12 - 2\sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 13$

11. 제곱근표에서 $\sqrt{4.15} = 2.037$, $\sqrt{41.5} = 6.442$ 일 때, 제곱근의 값을 틀리게 구한 것은?

① $\sqrt{4150} = 64.42$

② $\sqrt{4150000} = 2037$

③ $\sqrt{41500} = 644.2$

④ $\sqrt{0.0415} = 0.2037$

⑤ $\sqrt{0.0000415} = 0.006442$

해설

$$\begin{aligned}\text{① } \sqrt{4150} &= \sqrt{41.5 \times 100} \\ &= 10 \sqrt{41.5} = 10 \times 6.442 \\ &= 64.42\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{② } \sqrt{4150000} &= \sqrt{4.15 \times 1000000} \\ &= 1000 \sqrt{4.15} = 1000 \times 2.037 \\ &= 2037\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{③ } \sqrt{41500} &= \sqrt{4.15 \times 10^4} \\ &= 100 \sqrt{4.15} = 203.7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{④ } \sqrt{0.0415} &= \sqrt{\frac{415}{10000}} \\ &= \sqrt{\frac{4.15}{100}} \\ &= \frac{\sqrt{4.15}}{10} = \frac{2.037}{10} \\ &= 0.2037\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{⑤ } \sqrt{0.0000415} &= \sqrt{\frac{415}{10000000}} \\ &= \sqrt{\frac{41.5}{1000000}} \\ &= \frac{\sqrt{41.5}}{1000} = \frac{6.442}{1000} \\ &= 0.006442\end{aligned}$$

12. $x^2 + px + q$ 가 완전제곱식이 되기 위한 p, q 의 관계식은?

① $q = \frac{p}{2}$

② $q = \frac{p^2}{2}$

③ $q = -\frac{p}{2}$

④ $q = -\left(\frac{p}{2}\right)^2$

⑤ $q = \left(\frac{p}{2}\right)^2$

해설

이차항의 계수가 1 일 때, 일차항의 계수의 절반의 제곱이 상수항이 되어야 완전제곱식이 된다.

따라서 $q = \left(\frac{p}{2}\right)^2$ 이다.

13. $6x^2 - 5x + a = (3x + 2)(bx - 3)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -4$

해설

$$6x^2 - 5x + a = 3bx^2 + 2bx - 9x - 6$$

$$3b = 6 \text{ 이므로 } b = 2, a = -6$$

$$\therefore a + b = -6 + 2 = -4$$

14. 이차식 $x^2 + Ax + B$ 를 인수 분해하는데 준식이는 일차항의 계수를 잘못 보아 $(x + 4)(x + 3)$ 이 되었고, 효진이는 상수항을 잘못 보아 $(x + 1)(x + 7)$ 이 되었다. 다음 중 $x^2 + Ax + B$ 를 옳게 인수 분해한 것은?

- ① $(x + 2)(x + 6)$ ② $(x + 1)(x + 6)$ ③ $(x - 2)(x - 6)$
④ $(x - 1)(x - 6)$ ⑤ $(x + 3)(x + 4)$

해설

준식이는 $x^2 + 7x + 12$ 에서 상수항 12 를 맞게 보았고,
효진이는 $x^2 + 8x + 7$ 에서 x 의 계수 8 을 맞게 보았다.
따라서 주어진 이차식은 $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$

15. 평행사변형의 넓이가 $2x^2 + 5x + 2$ 이고 밑변의 길이가 $2x + 1$ 일 때, 높이는?

① $x + 2$

② $x - 2$

③ $2x - 1$

④ $x - 1$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 + 5x + 2 = (2x + 1)(x + 2)$$

따라서 높이는 $x + 2$ 이다.

16. $a^2 + 2ab + b^2 - a - b$ 를 인수분해하면?

① $(a + b)(a + b + 1)$

② $(a - b)(a + b - 1)$

③ $(a - b)(a - b - 2)$

④ $(a + b)(a + b - 1)$

⑤ $(a + b)(a + b - 2)$

해설

$$(a + b)^2 - (a + b) = (a + b)(a + b - 1)$$

17. x 가 -2 이상 3 이하의 정수일 때, $x^2 - x - 2 = 0$ 의 근은?

① $x = -1$

② $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = -2$

④ $x = 2$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = 2$

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 을 대입해 보면 성립하는 것은 $x = -1$,
 $x = 2$ 일 때이다.

18. 이차방정식 $x^2 - ax - 12 = 0$ 의 한 근이 -3 이고 다른 한 근은 $3x^2 - 11x + b = 0$ 의 근 일 때, ab 의 값은?

① -92

② -12

③ -4

④ 4

⑤ 92

해설

$x^2 - ax - 12 = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면 $9 + 3a - 12 = 0$, $a = 1$

$x^2 - x - 12 = 0$, $(x - 4)(x + 3) = 0$

다른 한 근은 $x = 4$

$3x^2 - 11x + b = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입하면 $48 - 44 + b = 0$, $b = -4$

$\therefore ab = 1 \times (-4) = -4$

19. 두 자연수 a, b 가 $(a+b)(a+b-6)-7=0$ 을 만족할 때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 7

③ 8

④ -1, 7

⑤ -7, 1

해설

$$(a+b)(a+b-6)-7=0$$

$a+b=A$ 로 치환하면

$$A(A-6)-7=0$$

$$A^2-6A-7=0$$

$$(A-7)(A+1)=0$$

$\therefore A=a+b=7 (\because a, b \text{는 자연수})$

20. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 8x + 15 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$x^2 + 8x + 15 - m = 0$$

$$4^2 = 15 - m$$

$$\therefore m = -1$$

21. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로 변형할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $b = \frac{17}{4}$ 또는 4.25

해설

$$x^2 - 3x = 2, x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 2 + \frac{9}{4}$$

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

22. $x^2 - x - 4 = 0$ 의 해가 $x = -\frac{1 \pm \sqrt{a}}{2}$ 이고, $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 해가

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{b}}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 58$

해설

$x^2 - x = 4$ 에서

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{4}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}, \left(x - \frac{1}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{17}{4}}$$

따라서 $x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$ 이므로

$a = 17$ 이다.

$2x^2 + 3x - 4 = 0$ 에서 양변을 2 로 나누면

$$x^2 + \frac{3}{2}x - 2 = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x = 2, x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 2 + \frac{9}{16}$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{41}{16}, \left(x + \frac{3}{4}\right) = \pm \sqrt{\frac{41}{16}}$$

따라서 $x = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{41}{16}} = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$ 이므로 $b = 41$ 이다.

$\therefore a + b = 58$ 이다.

23. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

24. 다음 중 옳은 것은?

① (무리수) + (유리수) = (무리수)

② (무리수) $\times$ (무리수) = (무리수)

③ (유리수) $\div$ (무리수) = (무리수)

④ (무리수) + (무리수) = (무리수)

⑤ (유리수) $\times$ (무리수) = (무리수)

해설

② $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수

③ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수

④ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수

⑤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

25. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$\sqrt{80} = \sqrt{57+x}$ 이므로 $x = 23$ 이다.

26. $-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분을 A , 소수부분을 B 라 할 때, $\frac{B+7A}{B-A}$ 의 값은?

① $\frac{-13-4\sqrt{10}}{3}$

② $\frac{13-4\sqrt{10}}{3}$

③ $-14-2\sqrt{10}$

④ $14+2\sqrt{10}$

⑤ $18+2\sqrt{10}$

해설

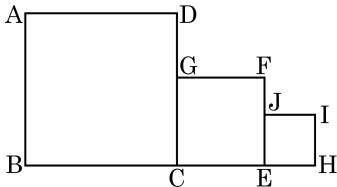
$3 < \sqrt{10} < 4$ 이고 $1 < \sqrt{10} - 2 < 2$ 이므로

$-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분 $A = 1$

소수부분 $B = -3 + \sqrt{10}$

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{10} + 7}{-3 + \sqrt{10} - 1} &= \frac{4 + \sqrt{10}}{-4 + \sqrt{10}} \\ &= \frac{(\sqrt{10} + 4)^2}{-6} \\ &= \frac{16 + 10 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{26 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{13 + 4\sqrt{10}}{-3} \end{aligned}$$

27. 다음 그림에서 $\square ABCD$, $\square CEFG$, $\square EHIJ$ 는 모두 정사각형이고 그 넓이는 각각 S_1 , S_2 , S_3 이다. $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{3}S_1$, $S_3 = \frac{1}{3}S_2$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{13}{9}$

② $4 - \sqrt{3}$

③ $\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$

④ $\frac{7}{3}$

⑤ $\frac{4 + \sqrt{3}}{3}$

해설

$$S_1 = 1 \text{ 이므로, } \overline{BC} = 1,$$

$$S_2 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}, \overline{CE} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$S_3 = \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}, \overline{EH} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EH} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4 + \sqrt{3}}{3}$$

28. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$$

① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$

④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$

(2) b 의 범위

$$-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$$

$$5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$$

$$\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$$

(3) c 의 범위

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$

$$\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$$

$$\therefore b < a < c$$

29. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$

㉤ $x^2 - 4x + 4$

㉥ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$

㉤ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

㉥ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

30. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(2a - b)^2 - (2a + b)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$$\begin{aligned} & (2a - b)^2 - (2a + b)^2 \\ &= (2a - b + 2a + b)(2a - b - 2a - b) \\ &= 4a \times (-2b) \\ &= -8ab \end{aligned}$$

31. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$

② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$

③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$

④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$

⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

① $(a + 1)(b - 1)$

② $(1 - b)(2 - a)$

③ $(x + y)(x - y + 2)$

32. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$x^{16} - 1$$

$$= (x^8 + 1)(x^8 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8 이다.

33. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$ 의 값은?

① $41 - 22\sqrt{3}$

② $22 + 41\sqrt{3}$

③ $22 - 41\sqrt{3}$

④ $22\sqrt{3} - 41$

⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$a + 2 = t$ 로 치환하면

$$3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$$

$$= 3t^2 - 2t - 8$$

$$= (t-2)(3t+4)$$

$$= (a+2-2) \{3(a+2)+4\} = a(3a+10)$$

$$= (\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}+16)$$

$$= 41 + 22\sqrt{3}$$

34. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100

② 120

③ 240

④ -120

⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

35. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

36. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

① -25

② -10

③ 1

④ 10

⑤ 25

해설

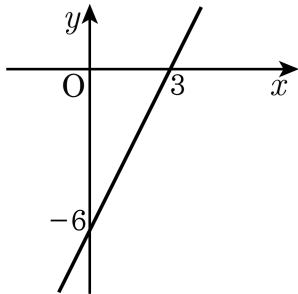
주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

37. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.

두 근을 각각 α, β 라 할 때,

두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= 6^2 - 2 \cdot 8$$

$$= 36 - 16$$

$$= 20$$

38. 3의 음의 제곱근과 양의 제곱근을 각각 a, b 라 할 때, 다음 식을 계산하여라.

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3}} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$a = -\sqrt{3}, b = \sqrt{3}$ 이므로,

$$\begin{aligned} & \sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3}} - \sqrt{5a^2 - 2b^2} \\ &= \sqrt{\sqrt{9\{(-\sqrt{3})^2(\sqrt{3})^2\}^3}} - \sqrt{5(-\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{\sqrt{9^4}} - \sqrt{15 - 6} = 9 - 3 = 6 \end{aligned}$$

39. 유리수 a, b 가 $-1 < a < 0$, $ab = 1$ 을 만족할 때,

$$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} \text{의 값을 구하여라.}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{2}{a}$

해설

$$b = \frac{1}{a}, -1 < a < 0 \text{ 이므로 } a + \frac{1}{a} < 0, a - \frac{1}{a} > 0$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= -\frac{2}{a}\end{aligned}$$

40. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① xy 의 최솟값은 6 이다.
- ② $2x + y$ 의 최솟값은 7 이다.
- ③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
- ④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
- ⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)

$x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)

$y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)

$2x + y$ 는 $x = 2, y = 3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)

$x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

41. 두 부등식 $\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$, $3 \leq \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대해 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

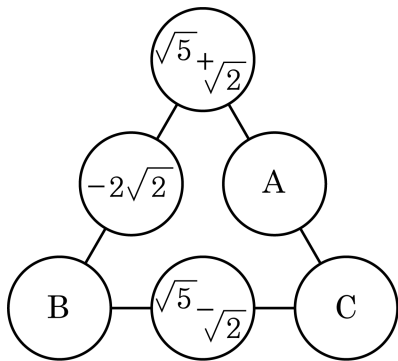
$\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$ 이므로 $5 < 2x < 28$, 즉 $2.5 < x < 14$

$3 \leq \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 이므로 $9 \leq y-1 < 50$, 즉 $10 \leq y < 51$

두 정수 x, y 는 양수이므로 $x+y$ 의 최솟값은 x 의 최솟값, y 의 최솟값의 합이다.

따라서 $x=3, y=10$ 일 때, $x+y$ 는 최솟값 13 을 갖는다.

42. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A - B + C$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

$$B - 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} = B + C + \sqrt{5} - \sqrt{2} \text{에서}$$

$$\therefore C = 0$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} + A = \sqrt{5} - \sqrt{2} + B \text{에서}$$

$$\therefore A - B = -2\sqrt{2}$$

$$\therefore A - B + C = -2\sqrt{2}$$

43. $x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A - B = -2$

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1 \\ &= (x^2 - 3x + 2)(x^2 + ax + b) \\ &= x^4 + (a - 3)x^3 + (b - 3a)x^2 + (-3b + 2a)x + 2b \end{aligned}$$

$$2b = 1, \therefore b = \frac{1}{2}$$

$$b - 3a + 2 = 1, \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore A = a - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore B = -3b + 2a = (-3) \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2$$

해설

$f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이라 하면

$f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x)$ 라 쓸 수 있다.

$$f(1) = 1 + A + 1 + B + 1 = 0$$

$$f(2) = 16 + 8A + 4 + 2B + 1 = 0$$

$$A = -\frac{5}{2}, B = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2$$

44. $30 \left(\frac{2^2 - 1}{2^2} \right) \left(\frac{3^2 - 1}{3^2} \right) \left(\frac{4^2 - 1}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{10^2 - 1}{10^2} \right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \\ &\quad \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 30 \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \\ &\quad \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 + \frac{1}{10} \right) \\ &= 30 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \\ &\quad \times \cdots \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 30 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{33}{2} \end{aligned}$$

45. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\frac{3}{2}$

② -3

③ -4

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

46. 이차방정식 $x^2 - 6x - n = 0$ 의 해가 정수가 되도록 하는 두 자리의 정수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$x = 3 \pm \sqrt{9+n}$ 이므로 해가 정수가 되기 위해서는
 $9+n = (\text{완전제곱수})$ 이고 n 은 두 자리의 정수이므로
 $9+n = 25, 36, 49, \dots, 100$
 $n = 16, 27, 40, 55, 72, 91$ 의 6 개이다.

47. 두 개의 주사위를 굴려서 나온 눈을 각각 m, n 이라 할 때, 이차방정식 $x^2 + 2mx + n^2 = 0$ 이 실근을 갖지 않을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{12}$

해설

이차방정식 $x^2 + 2mx + n^2 = 0$ 이 실근을 갖지 않을 조건은 $D < 0$ 이므로

$$D = (2m)^2 - 4n^2 < 0, m^2 < n^2$$

$$\therefore m < n$$

따라서 $(m, n) = (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)$

이므로 확률은 $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ 이다.

48. 자연수 n 에 대하여 $x^2 - \frac{x}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} + 1 = 0$ 의 두 근을 p_n, q_n 이라 할 때, $(p_1 + p_2 + p_3 + \cdots p_{100}) + (q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_{100})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{101} - 1$

해설

근과 계수의 관계에서

$$p_n + q_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$\begin{aligned} \therefore (p_1 + p_2 + p_3 + \cdots p_{100}) + (q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_{100}) \\ &= (p_1 + q_1) + (p_2 + q_2) + (p_3 + q_3) + \cdots + (p_{100} + q_{100}) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \cdots + \sqrt{101} - \sqrt{100} \\ &= \sqrt{101} - 1 \end{aligned}$$

49. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 $-2, 5$ 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \text{ 가 두 근이므로}$$

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{2b}{a} \\ &= -2 + 5 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } 3a = 2b, b = \frac{3}{2}a$$

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \times \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{4c}{a} \\ &= (-2) \times 5 \\ &= -10 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \frac{c}{a} = -\frac{5}{2} \text{ 이므로 } 5a = -2c, c = -\frac{5}{2}a$$

$$\text{따라서 } ax^2 + bx + c = 0 \text{ 에서 } ax^2 + \frac{3}{2}ax - \frac{5}{2}a = 0 \text{ 이다.}$$

그런데 $a \neq 0$ 이므로

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}, x = 1$$

50. 이차방정식 $x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 5x + 7 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 7$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은

$$(\alpha - 1) + (\beta - 1) = \alpha + \beta - 2 = 5 - 2 = 3$$

두 근의 곱은

$$\begin{aligned}(\alpha - 1)(\beta - 1) &= \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 \\ &= 7 - 5 + 1 = 3\end{aligned}$$

$$\therefore x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$a = -3, b = 3$$

$$\therefore b - a = 3 - (-3) = 6$$