

1. $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{7}{9}, \frac{9}{12}$ 중 유한소수인 것은 모두 몇 개인가?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5뿐이어야 하므로

$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{5}{8}, \frac{9}{12}$ 의 5개이다.

2. 1보다 큰 자연수 a 에 대하여 $b = (999.\dot{9} - 99.\dot{9}) \times \frac{13}{100 \times a}$ 의 값이 1보다 큰 자연수일 때, a 의 최댓값을 x 라 하고 최솟값을 y 라 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$$(999.\dot{9} - 99.\dot{9}) = 1000 - 100 = 900$$

$$b = 900 \times \frac{13}{100 \times a} = \frac{9 \times 13}{a}$$

$b = \frac{9 \times 13}{a}$ 은 1보다 큰 자연수이므로

a 의 최댓값은 $13 \times 3 = 39$ 이고 최솟값은 3이다.

$$\therefore x - y = 36$$

3. $1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + 0.0001 + 0.00001 + 0.000001 + \dots$ 을 계산하여
기약분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{9}$

해설

$$1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \dots = 1.11111\dots = 1.\dot{1}$$

$$1.\dot{1} = \frac{11 - 1}{9} = \frac{10}{9}$$

4. $0.1\dot{3}$ 에 어떤 기약분수 A 를 곱하였더니 $3.\dot{2}\dot{7}$ 이 되었다. A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{270}{11}$

해설

$$0.1\dot{3} \times A = 3.\dot{2}\dot{7}$$

$$A = \frac{327 - 3}{99} \div \frac{13 - 1}{90} = \frac{324}{99} \times \frac{90}{12} = \frac{270}{11}$$

5. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 승연이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.4\bar{1}$ 이 되었고, 승민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.3\bar{1}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{31}{90}$

② $\frac{37}{90}$

③ $\frac{31}{99}$

④ $\frac{32}{99}$

⑤ $\frac{37}{99}$

해설

$$\text{승연} : 0.4\bar{1} = \frac{37}{90},$$

$$\text{승민} : 0.3\bar{1} = \frac{31}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{승민이가 본 분자})}{(\text{승연이가 본 분모})} = \frac{31}{90} = A \text{ 이다.}$$

6. 순환소수 $1.0\dot{3}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 5

② 30

③ 50

④ 90

⑤ 99

해설

$$1.0\dot{3} = \frac{103 - 10}{90} = \frac{31}{30} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{ 는 } 30 \text{ 이다.}$$

7. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 모든 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 모든 유리수는 순환소수로만 나타낼 수 있다.
- ㉢ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.
- ㉣ 모든 유한소수는 유리수이다.
- ㉤ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나누어진다.
- ㉢ 기약분수를 소수로 고치면 유한소수이거나 순환소수가 된다.
- ㉤ 0은 제외한다.

8. $(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^2$, $(y^3)^b \div y^9 = 1$, $x^8 \div (x^2)^c \div x = \frac{1}{x}$ 을 만족할 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$x^{12-2a} = x^2, 12 - 2a = 2$$

$$\therefore a = 5$$

$$y^{3b-9} = 1, 3b - 9 = 0$$

$$\therefore b = 3$$

$$x^{8-2c-1} = x^{-1}, 8 - 2c - 1 = -1$$

$$\therefore c = 4$$

$$\therefore a + b - c = 4$$

9. $\left(-\frac{3x^a y^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^4 y^c}{16z^d}$ 을 만족하는 양수 a, b, c, d 가 있을 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\left(-\frac{3x^a y^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^{2a} y^8}{b^2 z^6} = \frac{9x^4 y^c}{16z^d}$$

$$a = 2, b = 4, c = 8, d = 6$$

$$\therefore a + b + c + d = 20$$

10. $\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8자리

② 10자리

③ 11자리

④ 12자리

⑤ 13자리

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{15} \times (3 \times 5)^{20}}{(3^2 \times 5)^{10}} \\ &= \frac{2^{15} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\ &= 2^{15} \times 5^{10} \\ &= 2^5 \times 2^{10} \times 5^{10} \\ &= 32 \times 10^{10}\end{aligned}$$

따라서 12자리의 수이다.

11. $\left(\frac{3}{2}ab^{\square}\right)^2 \div (3a^{\square}b^2)^3 = \frac{b^2}{12a^{10}}$ 일 때, 안에 들어갈 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{2}ab^{\square}\right)^2 \div (3a^{\square}b^2)^3 &= \frac{9}{4}a^2b^{2\square} \times \frac{1}{27a^{3\square}b^6} \\ &= \frac{b^2}{12a^{10}}\end{aligned}$$

이므로 안에 들어갈 수는 각각 4, 4 이다.
따라서 두 수의 합은 8 이다.

12. $(-2x^3y)^a \div 4x^b y \times 2x^5 y^2 = cx^2 y^3$ 일 때, $|a + c - b|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$(-2x^3y)^a \div 4x^b y \times 2x^5 y^2 = cx^2 y^3$$

$$\frac{(-2)^a x^{3a} y^a}{4x^b y} \times 2x^5 y^2 = cx^2 y^3$$

$$\frac{(-2)^a}{2} \times x^{3a+5-b} \times y^{a+1} = cx^2 y^3$$

$$\frac{(-2)^a}{2} = c, \quad 3a + 5 - b = 2, \quad a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 9, \quad c = 2$$

$$\therefore |a + c - b| = |2 + 2 - 9| = 5$$

13. $a + \frac{4}{3}b - \left[\frac{7}{6}a - \left\{ \frac{1}{2}a - \frac{1}{3}(a + 2b) \right\} \right]$ 를 간단히 했을 때, b 의 계수는?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3}$

③ 2

④ $\frac{8}{3}$

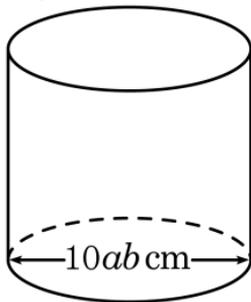
⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & a + \frac{4}{3}b - \left[\frac{7}{6}a - \left\{ \frac{1}{2}a - \frac{1}{3}(a + 2b) \right\} \right] \\ &= a + \frac{4}{3}b - \left\{ \frac{7}{6}a - \left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}a - \frac{2}{3}b \right) \right\} \\ &= a + \frac{4}{3}b - \left\{ \frac{7}{6}a - \left(\frac{1}{6}a - \frac{2}{3}b \right) \right\} \\ &= a + \frac{4}{3}b - \left(\frac{7}{6}a - \frac{1}{6}a + \frac{2}{3}b \right) \\ &= a + \frac{4}{3}b - \left(a + \frac{2}{3}b \right) \\ &= a + \frac{4}{3}b - a - \frac{2}{3}b \\ &= \frac{2}{3}b \end{aligned}$$

14. 원기둥의 부피는 $100\pi a^2 b^3 \text{cm}^3$ 이고, 밑면은 지름의 길이가 $10ab \text{cm}$ 인 원이다. 이 원기둥의 높이는?

부피: $100\pi a^2 b^3 \text{cm}^3$



① $2b \text{cm}$

② $4b \text{cm}$

③ $6b \text{cm}$

④ $8b \text{cm}$

⑤ $10b \text{cm}$

해설

원기둥의 높이를 h 라 하자.

$$\therefore h = \frac{100\pi a^2 b^3}{(5ab)^2 \pi} = \frac{100a^2 b^3}{25a^2 b^2} = 4b(\text{cm})$$

15. $a = 5$, $b = -\frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{a^2 + 2ab}{a} - \frac{4b^2 - ab}{b}$ 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$

② 3

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ 11

해설

$$\frac{a^2 + 2ab}{a} - \frac{4b^2 - ab}{b}$$

$$= a + 2b - (4b - a)$$

$$= 2a - 2b = 2 \times 5 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 10 + 1 = 11$$

16. $A = x - 2y$, $B = 2x - y + 3$ 일 때, 식 $A - (B - A) - 2B + 5$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $3x - 3y + 3$

② $-3x - 4y + 3$

③ $-4x - y - 4$

④ $-4x - y + 14$

⑤ $-4x - 7y + 4$

해설

$$\begin{aligned} & A - (B - A) - 2B + 5 \\ &= A - B + A - 2B + 5 \\ &= 2A - 3B + 5 \\ &= 2(x - 2y) - 3(2x - y + 3) + 5 \\ &= 2x - 4y - 6x + 3y - 9 + 5 \\ &= -4x - y - 4 \end{aligned}$$

17. x 가 자연수이고, 부등식 $4 + 8x < a + 5x$ 의 해의 개수가 5개일 때, 상수 a 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$4 + 8x < a + 5x$ 를 정리하면 $3x < a - 4$

$$\therefore x < \frac{a-4}{3}$$

자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 5개이므로 $5 <$

$\frac{a-4}{3} \leq 6$ 이 되어야 한다.

$$15 < a - 4 \leq 18$$

$$19 < a \leq 22$$

따라서 상수 a 의 최댓값은 22이다.

18. 다음 중 설명이 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 이고, $b < 0$ 이면 $a > b$ 이다.

② $0 < a < b$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 이다.

③ $a < b < 0$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

④ $a < b < 0$ 이면 $a^3 > b^3$ 이다.

⑤ $a < b < 0$ 이면 $|a| > |b|$ 이다.

해설

- ④ 예를 들어 $a = -3$, $b = -2$ 이라고 하면
 $-3 < -2 < 0$ 이고 $(-3)^3 = -27$ 이고,
 $(-2)^3 = -8$ 이므로 $-27 < -8$ 이다.
따라서 $a < b < 0$ 이면 $a^3 < b^3$ 이 된다.

19. 일차부등식 $0.5(2x-5) \leq \frac{1}{4}(x+5)$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$0.5(2x - 5) \leq \frac{1}{4}(x + 5)$$

양변에 20 을 곱한다.

$$10(2x - 5) \leq 5(x + 5)$$

$$20x - 50 \leq 5x + 25$$

$$20x - 5x \leq 25 + 50$$

$$15x \leq 75$$

$$\therefore x \leq 5$$

따라서 자연수 x 는 1, 2, 3, 4, 5 의 5 개이다.

20. $\frac{1}{3}x - \frac{a}{2} > \frac{5}{6}$ 의 해가 다음 그림과 같이 수직선 위에 나타내어질 때, a 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{1}{3}x - \frac{a}{2} > \frac{5}{6} \text{ 의 양변에 } 6 \text{ 을 곱하면, } 2x - 3a > 5$$

$$2x - 3a > 5 \text{ 의 해가 } x > 7 \text{ 이므로 } 2x > 5 + 3a$$

$$x > \frac{5 + 3a}{2} \text{ 에서 } \frac{5 + 3a}{2} = 7 \text{ 이다.}$$

따라서 $a = 3$ 이다.

21. x 에 관한 부등식 $3 - \frac{x-a}{3} > \frac{a+x}{2}$ 의 해가 $4(x+4) < x+7$ 의 해와 같을 때, a 의 값은?

① -33

② -3

③ 3

④ 15

⑤ 33

해설

첫 번째 부등식을 정리하면 $\frac{18-a}{5} > x$

두 번째 부등식을 정리하면 $x < -3$

두 부등식의 해가 같으므로

$$\frac{18-a}{5} = -3$$

$$\therefore a = 33$$

22. 연속하는 두 홀수 중 큰 수의 3 배에서 6 을 더한 수는 작은 수의 5 배 이상이라고 할 때, 두 수의 합이 최댓값을 구하면?

① 15

② 14

③ 12

④ 11

⑤ 10

해설

연속하는 두 홀수를 x , $x + 2$ 라 하자.

$$3(x + 2) + 6 \geq 5x$$

$$x \leq 6$$

두 홀수의 합이 최댓값이 되려면 $x = 5$ 가 되어야 하므로 $5 + 7 = 12$ 이다.

23. 인터넷 쇼핑몰에서 물건을 구입하려고 한다. 회원이 아니면 1개당 5000 원이고 배송료가 2000 원을 내야 하는데, 회원가입을 하면 가입비 10000 원을 내고 1개에 20%를 할인 받고 배송료도 무료라고 한다. 물건을 몇 개 이상 사는 경우에 회원가입이 더 경제적인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 9 개

해설

물건의 개수를 x 개라 할 때

$$2000 + 5000x > 10000 + 5000 \times 0.8x$$

$$x > 8$$

∴ 9 개

24. 오후 7시에 출발하는 버스를 타기 위해 오후 4시에 터미널에 도착하였다. 출발 시각까지 남은 시간을 이용하여 선물을 사려고 하는데 선물을 고르는데 1시간 걸린다고 하면, 시속 3km로 걸어서 갔다가 올 때, 터미널에서 몇 km 이내에 있는 상점을 이용해야 하는지 구하여라.

▶ 답: km이내

▷ 정답: 3km이내

해설

상점까지 거리를 x 라 하면

$$\frac{x}{3} + 1 + \frac{x}{3} \leq 3$$

$$\therefore x \leq 3 \text{ (km)}$$

25. 8%의 설탕물 300g을 농도가 6% 이하가 되도록 하려면 50g단위의 컵으로 몇 번 이상 물을 넣어야 하는가?

① 1번 이상

② 2번 이상

③ 3번 이상

④ 4번 이상

⑤ 5번 이상

해설

넣어야 할 물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{8}{100} \times 300 \leq \frac{6}{100}(300 + x)$$

양변에 100을 곱하면

$$2400 \leq 1800 + 6x$$

$$600 \leq 6x$$

$$\therefore x \geq 100$$

따라서 50g단위 컵으로 2번 이상 물을 넣어주어야 한다.