

1. 다음 부등식을 만족하는 자연수 x 는 몇 개인가?

$$-4 < -\sqrt{x} \leq -1$$

① 12개

② 13개

③ 14개

④ 15개

⑤ 16개

해설

$$1 \leq \sqrt{x} < 4$$

$$1^2 \leq (\sqrt{x})^2 < 4^2 \text{ 이므로}$$

$$1 \leq x < 16$$

x 는 1 부터 15 까지의 자연수로 15개이다.

2. 이차방정식 $x^2 - (m - 1)x + (m^2 - 7) = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 같을 때 양수 m 의 값은?

① $\frac{3}{2}$

② 3

③ $\frac{1}{2}$

④ 2

⑤ 1

해설

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합은 $m - 1$, 두 근의 곱은 $m^2 - 7$

$m - 1 = m^2 - 7$ 이므로 $m^2 - m - 6 = 0$

$$(m - 3)(m + 2) = 0$$

$\therefore m$ 이 양수이므로 $m = 3$

3. $a^2 = 15$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것은?

① $-\sqrt{15}$

② $\sqrt{15}$

③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm\sqrt{15}$

⑤ $3\sqrt{5}$

해설

a 는 15 의 제곱근이므로 $\pm\sqrt{15}$ 이다.

4. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{8}\text{cm}$, $\sqrt{11}\text{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

① $-\sqrt{19}\text{cm}$

② $\sqrt{19}\text{cm}$

③ $\pm\sqrt{19}\text{cm}$

④ -19cm

⑤ 19cm

해설

$(\sqrt{8})^2 + (\sqrt{11})^2 = 19$ 이다.

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 19 의 양의 제곱근인 $\sqrt{19}(\text{cm})$ 이다.

5. $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

$$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = a$$

6. $\sqrt{\frac{400x}{12}}$ 가 자연수일 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\sqrt{\frac{400x}{12}} = 10\sqrt{\frac{x}{3}}$$

따라서 $x = 3$ 이다.

7. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 수직선에 나타낼 수 없는 무리수도 있다.
- ㉡ $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
- ㉢ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ㉣ 수직선 위에서 오른쪽에 있는 실수가 왼쪽에 있는 실수보다 크다.
- ㉤ 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점들만 있는 것이 아니고 무리수에 대응하는 점들도 있다.
- ㉥ 서로 다른 두 무리수의 합은 반드시 무리수이다.
- ㉦ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이다.

① 7 개

② 6 개

③ 5 개

④ 4 개

⑤ 3 개

해설

- ㉠ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ㉡ $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 $-1, 0, 1$ 의 3 개의 정수가 있다.
- ㉥ $(\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0$ 은 유리수이다.

8. $\sqrt{\frac{2}{7}} \div \sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{14}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{2}{7}} \div \sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{14}} &= \sqrt{\frac{2}{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{14} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 14}{7 \times 2}} \\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

9. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

$$\textcircled{㉠} \frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{ac}$$

$$\textcircled{㉢} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

$$\textcircled{㉣} \frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{c}$$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\textcircled{㉠} \frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{ab\sqrt{a}}{a} = b\sqrt{a}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b}\sqrt{a}}{ac} = \frac{\sqrt{ab}}{ca}$$

$$\textcircled{㉢} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{b} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

$$\textcircled{㉣} \frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{ac}$$

10. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라고 할 때, $\sqrt{8} + 2\sqrt{27} + \frac{6}{\sqrt{54}} - \frac{3}{\sqrt{18}}$ 을 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $\frac{1}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab$

③ $\frac{5}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab$

⑤ $\frac{3}{2}a + 4b + \frac{1}{3}ab$

② $\frac{3}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab$

④ $\frac{1}{2}a + 4b + \frac{1}{3}ab$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준식}) &= 2\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \frac{6}{3\sqrt{6}} - \frac{3}{3\sqrt{2}} \\
 &= 2\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \\
 &= \frac{3}{2}\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \frac{1}{3}\sqrt{2}\sqrt{3} \\
 &= \frac{3}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab
 \end{aligned}$$

11. 다음 중 제곱근의 값을 구할 때, $\sqrt{5} = 2.236$ 임을 이용하여 구할 수 없는 것은?

① $\sqrt{2000}$

② $\sqrt{50000}$

③ $\sqrt{0.0005}$

④ $\sqrt{0.02}$

⑤ $\sqrt{0.05}$

해설

① $\sqrt{2000} = 20\sqrt{5}$

② $\sqrt{50000} = 100\sqrt{5}$

③ $\sqrt{0.0005} = \sqrt{\frac{5}{10000}} = \frac{\sqrt{5}}{100}$

⑤ $\sqrt{0.05} = \sqrt{\frac{5}{100}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$

12. 이차식 $ax^2 + 30x + b$ 를 완전제곱식으로 고치면 $(cx + 3)^2$ 일 때, $\frac{b}{a + c}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{3}{10}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$ax^2 + 30x + b = (cx + 3)^2 = c^2x^2 + 6cx + 9$$

$$\Rightarrow a = c^2, 30 = 6c, b = 9$$

$$\Rightarrow a = 25, c = 5, b = 9$$

$$\text{따라서 } \frac{b}{a + c} = \frac{9}{25 + 5} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} \text{ 이다.}$$

13. 다음 식에서 $A + B + C$ 의 값은?

$$(x + A)(Bx + 3) = 2x^2 + Cx - 12$$

① -14

② 0

③ 7

④ 14

⑤ -7

해설

$(x + A)(Bx + 3) = 2x^2 + Cx - 12$ 에서

x 의 이차항의 계수가 2이므로 $B = 2$

상수항이 -12이므로 $A = -4$

$(x - 4)(2x + 3) = 2x^2 - 5x - 12$ 이므로

$C = -5$

$\therefore A + B + C = -4 + 2 - 5 = -7$

14. $ax^2 + 5x + b$ 는 $x+3, 2x-1$ 을 인수로 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(2x-1) &= 2x^2 - x + 6x - 3 \\ &= 2x^2 + 5x - 3\end{aligned}$$

$$a = 2, b = -3$$

$$\therefore a + b = 2 - 3 = -1$$

15. 넓이가 $4x^2 + 13x + 3$ 이고 높이가 $4x + 1$ 인 평행사변형의 밑변의 길이는?

① $x + 1$

② $x + 2$

③ $x + 3$

④ $x + 4$

⑤ $x + 5$

해설

$$4x^2 + 13x + 3 = (x + 3)(4x + 1)$$

따라서 밑변의 길이는 $x + 3$ 이다.

16. $(x-1)(x-2)(x+1)(x+2) - 10$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 - 1)(x^2 - 6)$

② $(x^2 + 1)(x^2 - 6)$

③ $(x^2 - 1)(x^2 + 6)$

④ $(x^2 + 1)(x^2 + 6)$

⑤ $(x^2 - 1)(x^2 - 5)$

해설

$$\begin{aligned}(x^2 - 1)(x^2 - 4) - 10 &= x^4 - 5x^2 + 4 - 10 \\ &= x^4 - 5x^2 - 6 \\ &= (x^2 + 1)(x^2 - 6)\end{aligned}$$

17. $x^4 - 5x^2 + 4$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 2$

③ $x + 1$

④ $x - 2$

⑤ $x - 4$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

18. $a = \sqrt{3} - 4$, $b = 2 + \sqrt{3}$, $c = 3 - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 - ab + ac - bc$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(준식)

$$= a(a - b) + c(a - b)$$

$$= (a - b)(a + c)$$

$$= (\sqrt{3} - 4 - 2 - \sqrt{3})(\sqrt{3} - 4 + 3 - \sqrt{3})$$

$$= (-6) \times (-1)$$

$$= 6$$

19. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 0$

㉡ $x^2 = 8x$

㉢ $x^2 + 4x = x - 3$

㉣ $(x - 2)^2 = 25$

㉤ $(x + 1)^2 + 4 = x^2$

㉥ $(x + 1)(x - 4) = x^2(x + 2)$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉤, ㉥

⑤ ㉡, ㉥

해설

㉤ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$

$2x + 5 = 0$: 일차방정식

㉥ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$

$x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

20. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$ 의 한 근을 -5 라 할 때, 다른 한 근은?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

한 근 $x = -5$ 를 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

따라서 주어진 방정식은 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$

양변에 10 을 곱하고 정리하면 $x^2 - 4x - 45 = 0$

$$(x + 5)(x - 9) = 0$$

$x = -5$ 또는 $x = 9$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

21. 이차방정식 $x^2 + x - 4 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 - x - 2 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $\frac{a^2 + a}{b^2 - b}$ 의 값은?

① -2

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

해설

$x^2 + x - 4 = 0$ 의 한 근이 a 이므로

$$a^2 + a - 4 = 0, a^2 + a = 4$$

$x^2 - x - 2 = 0$ 의 한 근이 b 이므로

$$b^2 - b - 2 = 0, b^2 - b = 2$$

$$\therefore \frac{a^2 + a}{b^2 - b} = \frac{4}{2} = 2$$

22. $-2 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 < x < 3$ 일 때,

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x| \\ &= x+2 + x-3 + 6-2x = 5 \end{aligned}$$

23. $x, y > 0$ 이고, $\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$, $y = x + 2$ 일 때, $3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$$

$$\sqrt{\frac{6}{x} \times 3x^2 \times 18x} = 90$$

$$\sqrt{18^2 \times x^2} = 90$$

$$18x = 90$$

$$\therefore x = 5$$

$$y = x + 2 \text{ 이므로 } \therefore y = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3} &= 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{4} \\ &= 3 \times 2 = 6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

24. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100)$ 의 값을 구하면?

① -1

② $\sqrt{101} - 1$

③ $\sqrt{102} - 1$

④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$

⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$f(0) = \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(2) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(99) = \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101}$$

$$f(100) = \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102}$$

$$\therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100)$$

$$= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102}$$

$$= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102}$$

$$= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102}$$

$$= -1 + \sqrt{102}$$

25. $x = \frac{1}{5 - 2\sqrt{6}}, y = \frac{-1}{5 + 2\sqrt{6}}$ 일 때, $x^2 - 10x - 2y^2 - 20y - 13(x - y)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -129

해설

$$\begin{aligned}x &= 5 + 2\sqrt{6}, y = -(5 - 2\sqrt{6}) \text{ 이므로} \\(\text{준식}) &= x(x - 10) - 2y(y + 10) - 13(x - y) \\&= -1 - 2 \times (-1) - 130 \\&= 1 - 130 = -129\end{aligned}$$

26. $-9x^2 + y^2 + 6xz - z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ay - 3x + z)(y + bx + cz)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -9x^2 + y^2 + 6xz - z^2 \\ &= y^2 - (9x^2 - 6xz + z^2) \\ &= y^2 - (3x - z)^2 \\ &= \{y - (3x - z)\} \{y + (3x - z)\} \\ &= (y - 3x + z)(y + 3x - z) \\ &a = 1, b = 3, c = -1 \\ &\therefore a + b + c = 3 \end{aligned}$$

27. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98900000

해설

$$\begin{aligned} A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\ &\quad - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\ &\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\ &= (2-1)(2+1) + (4-3)(4+3) + (6-5) \\ &\quad (6+5) + (8-7)(8+7) + (10-9)(10+9) \\ &= 3 + 7 + 11 + 15 + 19 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore B^2 - A^2 &= (B+A)(B-A) \\ &= (9945+55)(9945-55) \\ &= 10000 \times 9890 \\ &= 98900000 \end{aligned}$$

28. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0 \text{ 이므로}$$

$$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B \\ &= 3A^2 - A + B^2 - 3B \\ &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

29. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

30. 한 원 위에 $n + 1$ 개의 점을 잡아 $n + 1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n+8)(n-9) = 0$$

$$\therefore n = 9 \quad (\because n > 0)$$

31. 12월 중 3일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는?

① 12월 3일

② 12월 4일

③ 12월 5일

④ 12월 6일

⑤ 12월 7일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면

$$(x-1)^2 = x + (x+1)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4 \text{ (일)}$$

따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12월 3일이다.

32. 자연수 a, b 에 대해서 $\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 가 자연수가 될 때, $10a-b$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 519

해설

$\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 이 자연수가 되려면 $49-a, 196+b$ 가 각각 완전제곱수가 되어야 한다.

또한 $10a-b$ 가 최댓값이 되려면 a 는 최댓값, b 는 최솟값이어야 한다.

$\sqrt{49-a}$ 가 0보다 크거나 같은 정수가 되는 a 의 최댓값은 $a = 49$ 이다.

$\sqrt{196+b}$ 가 자연수가 되는 b 의 최솟값은 $b = 29$ 이다.

따라서 $10a + b = 490 + 29 = 519$ 이다.

33. 지면에서 초속 36m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 36t - 4t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 80m 이상의 높이에서 머무른 시간을 $a \leq t \leq b$ 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$36t - 4t^2 = 80$$

$$4t^2 - 36t + 80 = 0$$

$$(t - 4)(t - 5) = 0$$

$$\therefore t = 4, 5$$

$$4 \leq t \leq 5$$

$$\therefore a + b = 4 + 5 = 9$$