

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① 제곱근 6 과 6 의 제곱근은 같다.
- ② 1 의 제곱근은 1 개이다.
- ③ 음수의 제곱근은 존재한다.
- ④ $(-4)^2$ 의 제곱근은 ± 4 이다.
- ⑤ 7 의 제곱근은 $\sqrt{7}$ 이다.

해설

- ① (제곱근 6) = $\sqrt{6}$
- ② 1 의 제곱근은 ± 1 이다.
- ③ 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ⑤ 7 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7}$ 이다.

2. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{64a^2}$ 을 간단히 한 것으로 옳은 것을 고르면?

① $-64a^2$

② $-8a$

③ $8a$

④ $8a^2$

⑤ $64a^2$

해설

$8a < 0$ 이므로

$$\sqrt{64a^2} = \sqrt{(8a)^2} = -(8a) = -8a$$

3. 부등식 $\sqrt{3} < x < \sqrt{23}$ 을 만족하는 자연수 x 의 합은?

① 5

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 15

해설

$$\sqrt{3} < x < \sqrt{23}, 3 < x^2 < 23$$

$$x = 2, 3, 4$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 = 9$$

4. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\frac{1}{2}, \sqrt{3}, \sqrt{25} - 2$

② $0.\dot{7}\dot{9}, \sqrt{5}, \sqrt{3.8}$

③ $\sqrt{0.1}, \pi, 11$

④ $-3.14, \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{21}$

⑤ $\sqrt{0.1}, \pi, \sqrt{11}$

해설

② $0.\dot{7}\dot{9} = \frac{79}{99}$

5. 세 수 $1 + \sqrt{2}$, $\sqrt{5} + \sqrt{2}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 를 작은 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

② $\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{2}$

③ $1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$

④ $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2}$

해설

$$1 + \sqrt{2} - (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 1 - \sqrt{3} < 0$$

$$\therefore 1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{5} + \sqrt{2}) = \sqrt{3} - \sqrt{5} < 0$$

$$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

따라서 $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$ 이다.

6. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{5} = b$ 일 때, 다음 중 $\sqrt{8}$ 을 바르게 나타낸 것은?

① $a + b$

② $a^2 + b^2$

③ $\sqrt{a + b}$

④ $\sqrt{ab}$

⑤ $\sqrt{a^2 + b^2}$

해설

$$\sqrt{3} = a, \sqrt{5} = b \text{ 이므로 } 3 = a^2, 5 = b^2$$

$$\therefore \sqrt{8} = \sqrt{3+5} = \sqrt{a^2+b^2}$$

7. 다음 중 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{0.9}, 2\sqrt{6}, \sqrt{0.04}, \sqrt{\frac{2}{4}}, \sqrt{9} - \sqrt{3}$$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3개

해설

순환하지 않는 무한소수는無理수이다.

$$\sqrt{0.\overline{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}} = 1, \sqrt{0.04} = 0.2 \text{ 유리수이다.}$$

따라서 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{4}}$, $\sqrt{9} - \sqrt{3}$ 이 무리수이다.

8. $a = -\sqrt{3}$ 일 때, 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$a^2, (-a)^2, a^3, (-a)^3, \sqrt{3}a, \sqrt{3}+a, \frac{a}{\sqrt{3}}, \sqrt{3}-a, 3a$

- ① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$a^2 = (-\sqrt{3})^2 = 3 : \text{유리수}$
$$(-a)^2 = \{ -(-\sqrt{3}) \}^2 = 3 : \text{유리수}$$
$$a^3 = (-\sqrt{3})^3 = -3\sqrt{3} : \text{무리수}$$
$$(-a)^3 = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3} : \text{무리수}$$
$$\sqrt{3}a = \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -3 : \text{유리수}$$
$$\sqrt{3}+a = \sqrt{3}+(-\sqrt{3}) = 0 : \text{유리수}$$
$$\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -1 : \text{유리수}$$
$$\sqrt{3}-a = \sqrt{3}-(-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} : \text{무리수}$$
$$3a = 3 \times (-\sqrt{3}) = -3\sqrt{3} : \text{무리수}$$

9. 다음 중 항상 성립하는 것은?

- ① (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ② (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ③ (무리수) × (무리수) = (무리수)
- ④ (무리수) ÷ (무리수) = (무리수)
- ⑤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$: 유리수
- ③ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$: 유리수
- ④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$: 유리수
- ⑤ $0 \times \sqrt{2} = 0$: 유리수

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.
- ⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설

서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

11. $\sqrt{960-32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M-2m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\sqrt{960-32a} = \sqrt{16(60-2a)} = 4\sqrt{60-2a}$$

$60-2a=0$ 일 때, a 는 최대

$60-2a=36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60-36}{2} = 12$$

$$M-2m = 30-2 \times 12 = 6$$

12. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.

그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.

따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

13. 다음을 계산하여라.

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\sqrt{13} > \sqrt{7}$, $\sqrt{11} < \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 이므로

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{13}-\sqrt{7}) - (\sqrt{11}-2\sqrt{3}) \\ &\quad - (2\sqrt{3}-\sqrt{11}) + (\sqrt{7}-\sqrt{13}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

14. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(3n-1)(3n+1)+1}$ 이라고 할 때, $f(1) + f(2) + \cdots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 165

해설

$$f(1) = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3 = 3 \times 1$$

$$f(2) = \sqrt{5 \times 7 + 1} = 6 = 3 \times 2$$

$$f(3) = \sqrt{8 \times 10 + 1} = 9 = 3 \times 3$$

$\vdots$

$$f(10) = \sqrt{29 \times 31 + 1} = 30 = 3 \times 10$$

$$\begin{aligned} f(1) + f(2) + \cdots + f(10) &= 3(1 + 2 + 3 + \cdots + 10) \\ &= 3 \times 55 = 165 \end{aligned}$$

15. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10 개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9 개로 나누고

작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,

모두 10 개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2 개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.

한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2 개의 점을 놓을 때

두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이

이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로

$r = 3\sqrt{2}$