1. 다음 중 옳은 것은?

① 제곱근 6 과 6 의 제곱근은 같다.

② 1 의 제곱근은 1 개이다.

③ 음수의 제곱근은 존재한다.

④ $(-4)^2$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

⑤ 7 의 제곱근은 $\sqrt{7}$ 이다.

해설

① (제곱근 6) $= \sqrt{6}$
② 1 의 제곱근은 ± 1 이다.
③ 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.
⑤ 7 의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$ 이다.

2. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{64a^2}$ 을 간단히 한 것으로 옳은 것을 고르면?

① $-64a^2$ ② $-8a$ ③ $8a$

④ $8a^2$ ⑤ $64a^2$

해설

$8a < 0$이므로

$\sqrt{64a^2} = \sqrt{(8a)^2} = -(8a) = -8a$

3. 부등식 $\sqrt{3} < x < \sqrt{23}$ 을 만족하는 자연수 x 의 합은?

① 5　② 7　③ 9　④ 10　⑤ 15

해설

$\sqrt{3} < x < \sqrt{23}$, $3 < x^2 < 23$

$x = 2,\ 3,\ 4$

$\therefore\ 2 + 3 + 4 = 9$

4. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\frac{1}{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{25}-2$

② 0, $\dot{7}\dot{9}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{3.8}$

③ $\sqrt{0.1}, \pi, 11$

④ -3.14, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{21}$

⑤ $\sqrt{0.1}, \pi$, $\sqrt{11}$

해설

② $0.\dot{7}\dot{9} = \frac{79}{99}$

5. 세 수 $1+\sqrt{2}$, $\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 를 작은 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2}+\sqrt{3} < 1+\sqrt{2} < \sqrt{5}+\sqrt{2}$

② $\sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{5}+\sqrt{2} < 1+\sqrt{2}$

③ $1+\sqrt{2} < \sqrt{5}+\sqrt{2} < \sqrt{2}+\sqrt{3}$

④ $1+\sqrt{2} < \sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{5}+\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{5}+\sqrt{2} < \sqrt{2}+\sqrt{3} < 1+\sqrt{2}$

해설

$1+\sqrt{2}-(\sqrt{2}+\sqrt{3}) = 1-\sqrt{3} < 0$

$\therefore 1+\sqrt{2} < \sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\sqrt{2}+\sqrt{3}-(\sqrt{5}+\sqrt{2}) = \sqrt{3}-\sqrt{5} < 0$

$\therefore \sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{5}+\sqrt{2}$

따라서 $1+\sqrt{2} < \sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{5}+\sqrt{2}$ 이다.

6. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{5}=b$ 일 때, 다음 중 $\sqrt{8}$ 을 바르게 나타낸 것은?

① $a+b$ ② a^2+b^2 ③ $\sqrt{a+b}$

④ $\sqrt{ab}$ ⑤ $\sqrt{a^2+b^2}$

해설

$\sqrt{3}=a,\ \sqrt{5}=b$ 이므로 $3=a^2,\ 5=b^2$

$\therefore\ \sqrt{8}=\sqrt{3+5}=\sqrt{a^2+b^2}$

7. 다음 중 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{0.\dot{9}},\ 2\sqrt{6},\ \sqrt{0.04},\ \sqrt{\frac{2}{4}},\ \sqrt{9}-\sqrt{3}$$

▶ 답 : ____ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{0.\dot{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}} = 1$, $\sqrt{0.04} = 0.2$ 유리수이다.

따라서 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{4}}$, $\sqrt{9}-\sqrt{3}$ 이 무리수이다.

8. $a=-\sqrt{3}$ 일 때, 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

a^2 , $(-a)^2$, a^3 , $(-a)^3$, $\sqrt{3}a$, $\sqrt{3}+a$, $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$, $\sqrt{3}-a$, $3a$

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

해설

$a^2=(-\sqrt{3})^2=3$: 유리수

$(-a)^2=\left\{-(-\sqrt{3})\right\}^2=3$: 유리수

$a^3=\left(-\sqrt{3}\right)^3=-3\sqrt{3}$: 무리수

$(-a)^3=(\sqrt{3})^3=3\sqrt{3}$: 무리수

$\sqrt{3}a=\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})=-3$: 유리수

$\sqrt{3}+a=\sqrt{3}+(-\sqrt{3})=0$: 유리수

$\dfrac{a}{\sqrt{3}}=\dfrac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=-1$: 유리수

$\sqrt{3}-a=\sqrt{3}-(-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$: 무리수

$3a=3\times(-\sqrt{3})=-3\sqrt{3}$: 무리수

9. 다음 중 항상 성립하는 것은?

① (무리수) $+$ (유리수) $=$ (무리수)

② (무리수) $+$ (무리수) $=$ (무리수)

③ (무리수) $\times$ (무리수) $=$ (무리수)

④ (무리수) $\div$ (무리수) $=$ (무리수)

⑤ (유리수) $\times$ (무리수) $=$ (무리수)

해설

② $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$: 유리수
③ $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$: 유리수
④ $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$: 유리수
⑤ $0\times\sqrt{2}=0$: 유리수

10. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.

② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.

③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.

④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설

서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

11. $\sqrt{960-32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M, 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M-2m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$\sqrt{960-32a} = \sqrt{16(60-2a)} = 4\sqrt{60-2a}$

$60-2a=0$ 일 때, a 는 최대

$60-2a=36$ 일 때, a 는 최소

$M = \dfrac{60}{2} = 30,\ m = \dfrac{60-36}{2} = 12$

$M-2m = 30-2\times12 = 6$

12. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b-a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\frac{1}{2}$, $\sqrt{\frac{4}{5}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4}<\frac{4}{5}<2<3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.

그런데 $1^2<3<2^2=4$ 이므로 $1<\sqrt{3}<2$ 가 성립한다.

따라서 b 가 될 수 있는 것은 $1, 2$ 이므로 이를 합하면 3 이다.

13. 다음을 계산하여라.

$$\sqrt{\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\sqrt{13}>\sqrt{7}$, $\sqrt{11}<\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ 이므로

$$\sqrt{\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)^2}$$

$$=\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)-\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)$$
$$-\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)+\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)$$
$$=0$$

14. 자연수 n에 대하여 $f(n) = \sqrt{(3n-1)(3n+1)+1}$이라고 할 때, $f(1)+f(2)+\cdots+f(10)$의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 165

해설

$$f(1) = \sqrt{2\times4+1} = 3 = 3\times1$$
$$f(2) = \sqrt{5\times7+1} = 6 = 3\times2$$
$$f(3) = \sqrt{8\times10+1} = 9 = 3\times3$$
$$\vdots$$
$$f(10) = \sqrt{29\times31+1} = 30 = 3\times10$$
$$\begin{aligned} f(1)+f(2)+\cdots+f(10) &= 3(1+2+3+\cdots+10) \\ &= 3\times55 = 165 \end{aligned}$$

15. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10 개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9 개로 나누고
작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,
모두 10 개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2 개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.
한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2 개의 점을 놓을 때
두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로
$r = 3\sqrt{2}$