

1. 다음 중 옳은 것은?

① $x^2 + 3xy - 2y^2 = (2x + y)(x - 2y)$

② $x(y - 1) - y + 1 = (y - 1)(x - 1)$

③ $x^3 - 4x = x(x - 2)^2$

④ $x^2 - y^2 - 2x + 2y = (x + y)(x - y - 2)$

⑤ $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (3x - 1)(x + 1)$

해설

③ $x^3 - 4x = x(x - 2)(x + 2)$

④ $x^2 - y^2 - 2x + 2y = (x - y)(x + y - 2)$

⑤ $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (3x - 1)(x + 3)$

2. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 2

㉡ 9

㉢ 12

㉣ 15

㉤ 16

㉥ 18

① ㉠, ㉢, ㉣

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉥

④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

3. 다음 중 $\sqrt{5}$ 와 3 사이의 무리수를 모두 고른 것은? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이다.)

㉠ $\frac{\sqrt{5} + 3}{2}$

㉡ $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

㉢ $\sqrt{5} + 0.1$

㉤ $\sqrt{\frac{125}{20}}$

㉥ $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$

㉦ $\sqrt{5} + 0.9$

㉧ $\sqrt{7.5}$

㉨ $3 - \frac{\sqrt{5}}{3}$

① ㉠, ㉢, ㉥, ㉧

② ㉠, ㉢, ㉧, ㉨

③ ㉡, ㉢, ㉧, ㉨

④ ㉡, ㉤, ㉥, ㉧

⑤ ㉤, ㉥, ㉧, ㉨

해설

$\sqrt{5} < x < 3 \rightarrow 2.236 < x < 3$ 인 ‘무리수’

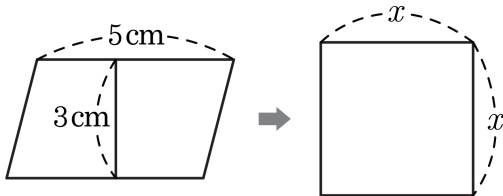
㉡ $\sqrt{5} + \sqrt{2} = 2.236 + 1.414 = 3.65 > 3$

㉤ $\sqrt{\frac{125}{20}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{5^2}{2^2}} = \frac{5}{2}$ 무리수가 아니다

㉥ $\frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \frac{0.764}{2} < \sqrt{5}$

㉦ $\sqrt{5} + 0.9 = 2.236 + 0.9 = 3.136 > 3$

4. 가로 길이가 5cm, 높이가 3cm 인 평행사변형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이 x 를 구하면?



① 3cm

② 5cm

③ 15cm

④ $\sqrt{15}$ cm

⑤ $\frac{\sqrt{15}}{2}$ cm

해설

(평행사변형의 넓이) = (정사각형의 넓이)

$$3 \times 5 = x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{15} \text{ cm}$$

5. $4 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{1}{a+b-1+\sqrt{2}}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } 2 < 4 - \sqrt{2} < 3,$$

$$a = 2, b = 4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2},$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{2 + 2 - \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

6. 두 다항식 $(x-1)^2 - 2(x-1) - 8$ 과 $2x^2 - 9x - 5$ 의 공통인 인수는?

① $x + 1$

② $2x + 1$

③ $x - 1$

④ $x - 5$

⑤ $2x - 1$

해설

$(x-1)^2 - 2(x-1) - 8$ 에서 $x-1 = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} A^2 - 2A - 8 &= (A+2)(A-4) \\ &= (x-1+2)(x-1-4) \\ &= (x+1)(x-5) \end{aligned}$$

한편, $2x^2 - 9x - 5 = (2x+1)(x-5)$

따라서 공통인 인수는 $x-5$

7. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$

㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

8. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10 - 4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10-4 = 6$$

9. $-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분을 A , 소수부분을 B 라 할 때, $\frac{B+7A}{B-A}$ 의 값은?

① $\frac{-13-4\sqrt{10}}{3}$

② $\frac{13-4\sqrt{10}}{3}$

③ $-14-2\sqrt{10}$

④ $14+2\sqrt{10}$

⑤ $18+2\sqrt{10}$

해설

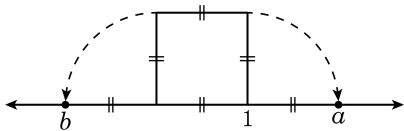
$3 < \sqrt{10} < 4$ 이고 $1 < \sqrt{10} - 2 < 2$ 이므로

$-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분 $A = 1$

소수부분 $B = -3 + \sqrt{10}$

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{10} + 7}{-3 + \sqrt{10} - 1} &= \frac{4 + \sqrt{10}}{-4 + \sqrt{10}} \\ &= \frac{(\sqrt{10} + 4)^2}{-6} \\ &= \frac{16 + 10 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{26 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{13 + 4\sqrt{10}}{-3} \end{aligned}$$

10. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



① $\sqrt{2} - 2$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2}$

④ $2 - \sqrt{2}$

⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

11. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3

② 6

③ 9

④ 33

⑤ 69

해설

$$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$$

$$\therefore xy = 70$$

$$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10), \\ (10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$$

따라서 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

12. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$7 < \sqrt{3n} < 9$$

$$49 < 3n < 81$$

$$\frac{49}{3} < n < 27$$

$$\therefore a = 26, b = 17$$

13. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$

② $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$

③ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

④ $3x^2 + 6x + 3 = 3(x + 1)^2$

⑤ $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

해설

③ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

14. 두 정수 a, b 가 $(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 을 만족할 때, 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개 존재하는가? (단, $a > 2b > 0$)

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$(a-1)^2 - 4b^2 = 33 \text{ 에서}$$

$$(a+2b-1)(a-2b-1) = 33$$

$a > 2b > 0$ 이므로

$$33 \times 1 = 33 \text{ 또는 } 11 \times 3 = 33$$

따라서 조건을 만족하는 (a, b) 는 $(18, 8), (8, 2)$ 2개 존재한다.

15. $ab = -4$, $(a + 2)(b + 2) = 10$ 일 때, $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$ 의 값은?

① 121

② 134

③ 146

④ 152

⑤ 165

해설

$$(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = 10$$

$ab = -4$ 를 대입하면 $a + b = 5$

$$\text{한편 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \cdot (-4) = 33$$

$$\begin{aligned}\therefore a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a^2 + b^2)(a + b) \\ &= 33 \times 5 \\ &= 165\end{aligned}$$