

1. 다음 중 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{81}$ ③ 1.5 ④ 155 ⑤ 66

해설

① $\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 제곱근 $= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

② $\left(\frac{1}{81}\right)$ 의 제곱근 $= \pm \frac{1}{9}$

③ (1.5 의 제곱근) $= \pm \sqrt{1.5}$

④ (155 는 제곱수가 아니므로 155 의 제곱근) $= \pm \sqrt{155}$

⑤ (66 은 제곱수가 아니므로 66 의 제곱근) $= \pm \sqrt{66}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ②이다.

2. $\sqrt{20} = a\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5} = a\sqrt{5}$ 이므로 $a = 2$ 이다.

3. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{11}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{33}}$ 을 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이었다. 이때 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

$$\sqrt{\frac{28}{11} \times \frac{33}{7}} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 12$$

4. $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 을 간단히 나타내면?

① $4-\sqrt{6}$

② $4-3\sqrt{6}$

③ $8-\sqrt{6}$

④ $8-3\sqrt{6}$

⑤ $8-5\sqrt{6}$

해설

$$6-2\sqrt{6}+2-\sqrt{6}=8-3\sqrt{6}$$

5. $x^2 + (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2}$ 를 인수분해하면?

① $(x - 2)(x + \sqrt{2})$

② $(x + 2)(x - \sqrt{2})$

③ $(x - 1)(x + 2\sqrt{2})$

④ $(x + 2)(x + \sqrt{2})$

⑤ $(x + 1)(x - 2\sqrt{2})$

해설

$$x^2 + (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2} = (x + 2)(x + \sqrt{2})$$

6. 다음 중 $a-2$ 를 인수로 갖는 다항식을 모두 고르면?

$\textcircled{\tiny \Gamma} \quad a^2+a-6$

$\textcircled{\tiny \text{L}} \quad a^2-2$

$\textcircled{\tiny \ominus} \quad 2a^2-5a+2$

- $\textcircled{\tiny 1} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}$
- $\textcircled{\tiny 2} \quad \textcircled{\tiny \text{L}}$
- $\textcircled{\tiny 3} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}$
- $\textcircled{\tiny 4} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \ominus}$
- $\textcircled{\tiny 5} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}$

해설

$\textcircled{\tiny \Gamma} \quad (a+3)(a-2)$

$\textcircled{\tiny \text{L}} \quad (a+\sqrt{2})(a-\sqrt{2})$

$\textcircled{\tiny \ominus} \quad (2a-1)(a-2)$

7. 두 다항식 $x^2 - 5x + a$, $2x^2 - bx - 12$ 의 공통인 인수가 $x - 3$ 이라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

공통인 인수가 $x - 3$ 이므로

$x^2 - 5x + a = (x - 3)(x + k)$ 로 놓을 수 있다.

$$x^2 - 5x + a = (x - 3)(x + k) = x^2 + (k - 3)x - 3k$$

$$k - 3 = -5, \quad -3k = a$$

$$k = -2 \quad \therefore a = (-3) \times (-2) = 6$$

마찬가지로 공통인 인수가 $x - 3$ 이므로

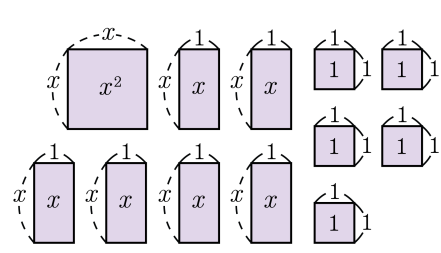
$$2x^2 - bx - 12 = (x - 3)(2x + m) = 2x^2 + (m - 6)x - 3m$$

$$m - 6 = -b, \quad -3m = -12$$

$$m = 4 \quad \therefore b = 6 - 4 = 2$$

$$\therefore a + b = 6 + 2 = 8$$

8. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 직사각형의 가로와 세로의 길이의 합은?



- ① $2x$
- ② $2x + 1$
- ③ $2x + 2$
- ④ $2x + 3$
- ⑤ $2x + 6$

해설

넓이의 합은 $x^2 + 6x + 5 = (x + 5)(x + 1)$ 이므로
 변의 길이가 각각 $x + 5, x + 1$ 인 직사각형이다.
 따라서 가로와 세로의 합은 $2x + 6$ 이다.

9. 다음 식이 모두 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 최솟값을 구하고 그 자연수 y 를 각각 구하여라.

	자연수 x 의 최솟값	y
$y = \sqrt{270x}$	㉠	㉡
$n = \sqrt{\frac{120}{x}}$	㉢	㉣

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠= 30

▷ 정답 : ㉡= 90

▷ 정답 : ㉢= 30

▷ 정답 : ㉣= 2

해설

㉠ $270x = 2 \times 3^3 \times 5 \times x$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉡ 따라서 $y = \sqrt{270 \times 30} = 90$ 이다.

㉢ $\frac{120}{x} = \frac{2^3 \times 3 \times 5}{x}$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉣ 따라서 $y = \sqrt{\frac{120}{30}} = 2$ 이다.

10. 다음 4 개의 수 A, B, C, D 가 정수가 되는 수 중 가장 작은 자연수 (a, b, c, d) 의 값으로 다른 하나를 골라라.

$$A = \sqrt{10 + a}$$
$$B = \sqrt{13 + 2b}$$
$$C = \sqrt{3^2 \times 2 \times 5 \times c}$$
$$D = \sqrt{7 \times (d + 1)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : C 또는 c

해설

$$A: \sqrt{10 + a} = \sqrt{16} \quad \therefore a = 6$$
$$B: \sqrt{13 + 2b} = \sqrt{25} \quad \therefore b = 6$$
$$C: \sqrt{3^2 \times 2 \times 5 \times c} \quad \therefore c = 10$$
$$D: \sqrt{7 \times (d + 1)} = \sqrt{49} \quad \therefore d = 6$$

11. 다음 중 각 식을 만족하는 x 의 값이 무리수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 9$	㉡ $x^2 = 121$	㉢ $x^2 = \frac{16}{25}$
㉤ $x^2 = \frac{8}{49}$	㉥ $x^2 = 7$	

- ① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉢,㉤ ④ ㉢,㉥ ⑤ ㉤,㉥

해설

㉠ $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$
㉡ $x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11$
㉢ $x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{5}$
㉤ $x^2 = \frac{8}{49} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{8}}{7}$
㉥ $x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$

12. $A = \sqrt{\frac{5}{169}}$, $B = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $C = \sqrt{1.25}$ 일 때, A , B , C 를 작은 순서대로 나열한 것은?

① A, B, C

② A, C, B

③ B, A, C

④ C, A, B

⑤ C, B, A

해설

$$A = \sqrt{\frac{5}{169}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{5}}{13}$$

$$B = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$C = \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{100}} = \frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

따라서 $A < B < C$ 이다.

13. $a\sqrt{3} = \sqrt{243}$, $b\sqrt{3} = \sqrt{0.0048}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = \frac{9}{25}$

해설

$$\sqrt{243} = 9\sqrt{3}, \quad a = 9$$

$$\sqrt{0.0048} = \sqrt{\frac{2^4 \times 3}{10000}} = \frac{4\sqrt{3}}{100}$$

$$b = \frac{4}{100}$$

$$\therefore ab = 9 \times \frac{4}{100} = \frac{9}{25}$$

14. 다음 수의 분모의 유리화가 틀린 것은?

① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = -5 - 2\sqrt{6}$

② $\frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{5\sqrt{2} - 3\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + 4$

④ $\frac{4\sqrt{2}}{2 - 2\sqrt{2}} = -2\sqrt{2} + 4$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{5} + 1} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$

해설

④ $\frac{4\sqrt{2}(2 + 2\sqrt{2})}{(2 - 2\sqrt{2})(2 + 2\sqrt{2})} = \frac{8\sqrt{2} + 16}{4 - 8} = -2\sqrt{2} - 4$

15. 제곱근표에서 $\sqrt{4.53} = 2.128$, $\sqrt{45.3} = 6.731$ 일 때, 다음 보기 중 제곱근의 값을 바르게 구한 것을 모두 고른 것은?

보기

- $\text{㉠} \quad \sqrt{0.453} = 0.6731$

$\text{㉡} \quad \sqrt{45300} = 21.28$
- $\text{㉢} \quad \sqrt{4530} = 67.31$

$\text{㉣} \quad \sqrt{0.0453} = 0.06731$

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

- $\text{㉡} \quad \sqrt{45300} = 212.8$
- $\text{㉣} \quad \sqrt{0.0453} = 0.2128$

16. $x^2 - 9y^2 + 4x + 12y$ 를 인수분해하면 $(Ax + By)(Cx + Dy + 4)$ 가 된다고 한다. $A + B + C + D$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x - 3y)(x + 3y) + 4(x + 3y) \\ &= (x + 3y)(x - 3y + 4)\end{aligned}$$

$$\therefore A + B + C + D = 1 + 3 + 1 - 3 = 2$$

17. $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\&= \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2 \\ \frac{1}{x} &= \frac{5-4}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}-2 \\ x + \frac{1}{x} &= 2\sqrt{5}, x - \frac{1}{x} = 4 \text{ 이므로} \\ x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) \\&= 2\sqrt{5} \times 4 \\&= 8\sqrt{5}\end{aligned}$$

18. $\sqrt{25}$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b , $\sqrt{(-169)^2}$ 의 음의 제곱근을 c 라 할 때, $bc - \sqrt{5}a$ 의 제곱근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\pm \sqrt{34}$

해설

$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{5} \therefore a = \sqrt{5}$
 $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$ 의 제곱근은 $\pm 3 \therefore b = -3$
 $\sqrt{(-169)^2} = 169$ 의 제곱근은 $\pm 13 \therefore c = -13$
 $bc - \sqrt{5}a = (-3) \times (-13) - \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 34$ 이므로
34의 제곱근은 $\pm \sqrt{34}$ 이다.

19. 다음 중 옳은 것은?(단, $a > 0, b > 0$)

① $-\sqrt{0.121} = -0.11$

② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = 0.3$

③ $\sqrt{(-1)^2}$ 의 제곱근은 -1 이다.

④ $a > 0$ 이면, $\frac{-\sqrt{(-a)^2}}{a} = -1$ 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2, B = \sqrt{(-b)^2}$ 이면, $A \times B = ab$ 이다.

해설

① $-0.11 = -\sqrt{0.11^2} = -\sqrt{0.0121}$

② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = \frac{1}{0.3} = \frac{10}{3}$

③ $\sqrt{(-1)^2} = 1$ 의 제곱근은 ± 1 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2 = -a, B = \sqrt{(-b)^2} = b$ 이므로 $A \times B = -ab$

20. 세 실수 $A = \sqrt{20} + \sqrt{80}$, $B = \sqrt{21} + \sqrt{79}$, $C = \sqrt{22} + \sqrt{78}$ 의 대소 관계가 바르게 된 것은?

- ① $A < B < C$
- ② $A < C < B$
- ③ $B < A < C$
- ④ $C < A < B$
- ⑤ $C < B < A$

해설

A , B , C 가 모두 양수이므로 A^2 , B^2 , C^2 을 구해서 비교해도 좋다.

$$\begin{aligned} A^2 &= (\sqrt{20} + \sqrt{80})^2 \\ &= 20 + 2\sqrt{20 \times 80} + 80 = 100 + 2\sqrt{1600} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B^2 &= (\sqrt{21} + \sqrt{79})^2 \\ &= 21 + 2\sqrt{21 \times 79} + 79 = 100 + 2\sqrt{1659} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^2 &= (\sqrt{22} + \sqrt{78})^2 \\ &= 22 + 2\sqrt{22 \times 78} + 78 = 100 + 2\sqrt{1716} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{1600} &< \sqrt{1659} < \sqrt{1716} \text{ 이므로 } A^2 < B^2 < C^2 \\ \therefore A &< B < C \end{aligned}$$

21. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$\boxed{\text{㉠}}$

$x^2 + 36x + \boxed{\text{㉡}} = (2x + \boxed{\text{㉢}})^2$

$6x^2 + x + \boxed{\text{㉣}} = (3x + 5)(2x + \boxed{\text{㉤}})$

- ① ㉠, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉣
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

$\text{㉠}: 2^2 = 4$

$\text{㉡}: 4 \times \text{㉡} = 36, \therefore \text{㉡} = 9$

$\text{㉢}: 9^2 = 81$

$\text{㉣}: 10 + 3 \times \text{㉣} = 1, \therefore \text{㉣} = -3$

$\text{㉤}: (-3) \times 5 = -15$

22. $a - b = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b + 4$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 4(a - b) + 4 \\&= \{(a - b)^2 - 2\}^2 \\&= \{(\sqrt{3} + 2) - 2\}^2 \\&= 3\end{aligned}$$

23. $\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 253

해설

$\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면
 $\sqrt{144-x}$ 는 최댓값, $\sqrt{25+y}$ 는 최솟값을 가져야 한다.
 $\sqrt{144}(=12) > \sqrt{144-x}$ 이므로
 $\sqrt{144-x}=11$ 일 때, 최댓값을 갖는다.
 $144-x=11^2$ 에서 $x=23$
또, $\sqrt{25}(=5) < \sqrt{25+y}$ 이므로
 $\sqrt{25+y}=6$ 일 때, 최솟값을 갖는다.
 $25+y=6^2$ 에서 $y=11$
 $\therefore xy = 23 \times 11 = 253$

24. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

$$\textcircled{1} \ n = 8 \text{ 일 때, } S(n) = 3 - 1 = 2$$

$$\textcircled{2} \ n = 15 \text{ 일 때, } S(n) = 4 - 1 = 3$$

$$\textcircled{3} \ n = 35 \text{ 일 때, } S(n) = 6 - 1 = 5$$

$$\textcircled{4} \ n = 50 \text{ 일 때, } S(n) = \sqrt{51} - 1$$

$$\textcircled{5} \ n = 99 \text{ 일 때, } S(n) = 10 - 1 = 9$$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

25. $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[3] = 3$, $[3.4] = 3$ 이다.

$a = 3 + \sqrt{5}$ 일 때, $\frac{[a] + 5}{a - 3} + \frac{3a}{[a] - a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-33 - 13\sqrt{5}$

해설

$[3 + \sqrt{5}] = 5$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{10}{\sqrt{5}} + \frac{3(3 + \sqrt{5})}{5 - (3 + \sqrt{5})} \\&= \frac{10\sqrt{5}}{5} + \frac{3(3 + \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})}{4 - 5} \\&= 2\sqrt{5} - 3(6 + 5\sqrt{5} + 5) \\&= -33 - 13\sqrt{5}\end{aligned}$$